

**Streszczenie rozprawy doktorskiej pt.**

**SAFETY OF  
A CRITICAL NETWORK INFRASTRUCTURE EXPOSED TO OPERATION  
AND WEATHER CONDITION CHANGES**

**(BEZPIECZEŃSTWO SIECIOWEJ INFRASTRUKTURY  
KRYTYCZNEJ  
NARAŻONEJ NA ZMIANY EKSPLOATACYJNE I POGODOWE)**

**Mateusz Torbicki**

Uniwersytet Morski w Gdyni

Promotor

Dr hab. Joanna Soszyńska-Budny

Profesor nadzwyczajny

Uniwersytet Morski w Gdyni

Promotor pomocniczy

Dr. Sambor Guze

Uniwersytet Morski w Gdyni

Warszawa 2019

## 1. Wstęp

Celem pracy jest opracowanie metody oceny bezpieczeństwa i odporności infrastruktury krytycznej uwzględniającej łączne oddziaływanie jej procesu eksploatacji i procesu zmian pogodowych, które zmieniają się w czasie oraz wskazanie możliwości praktycznego zastosowania uzyskanych wyników do oceny bezpieczeństwa i odporności rzeczywistych infrastruktur krytycznych. Głównym, oryginalnym wynikiem pracy jest skonstruowanie łącznego modelu procesu eksploatacji i procesu zmian pogodowych opartego na procesach semi-Markowa, połączonego z wielostanowym modelowaniem bezpieczeństwa infrastruktur krytycznych. Skonstruowany model pozwolił na zdefiniowanie wskaźników bezpieczeństwa i odporności infrastruktur krytycznych, praktycznie ważnych dla ich użytkowników i operatorów.

Rozważana w pracy infrastruktura krytyczna rozumiana jest jako złożony system w swoim środowisku operacyjnym, który charakteryzują wewnątrz systemowe i poza systemowe oddziaływania i którego uszkodzenie lub destrukcja może mieć rozległe negatywne skutki dla środowiska i ludzi [A. Lauge, J. Hernantes, J.M. Sarriegi, 2015; P. Ben, et al., 2010]. Sieć jest grupą komponentów, które dzielą informacje lub współdziałają ze sobą w celu przeprowadzenia odpowiedniej funkcji [US Homeland Security, 2013]. Łącząc razem te dwie definicje, wprowadzamy siećową infrastrukturę krytyczną jako infrastrukturę krytyczną złożoną z sieci elementów/zasobów. Oznacza to, że elementy/zasoby infrastruktury krytycznej są połączone ze sobą w sposób fizyczny lub współdziałają ze sobą, aby przeprowadzić funkcje przypisane do infrastruktury krytycznej.

Zaproponowane metody teoretyczne do analizy bezpieczeństwa infrastruktury krytycznej są ściśle zbieżne z modelowaniem niezawodności wielostanowych systemów złożonych. Pewne wyniki związane z analityczną oceną niezawodności wielostanowych systemów złożonych eksploatowanych w zmiennych warunkach można znaleźć w pracach: [Kołowrocki, Soszyńska-Budny, 2011; Xue, 1985; Xue, Yang, 1995a-b; Ferreira, Pacheco, 2007; Glynn, Hass, 2006; Grabski, 2014; Kołowrocki 2005; Limnios, Oprisan, 2005; Mercier 2008]. Wyniki te pozwoliły na skonstruowanie modelu bezpieczeństwa infrastruktury krytycznej w zmiennych warunkach eksploatacyjnych: [Kołowrocki, 2014; Kołowrocki, et al., 2018b; Kołowrocki, Soszyńska-Budny, 2011; Kołowrocki, Soszyńska-Budny, 2017b]. Model bezpieczeństwa infrastruktury krytycznej narażonej na zmiany pogodowe rozpatrywany jest między innymi w pracach: [Kołowrocki, Soszyńska-Budny, Torbicki, 2017e; Kołowrocki, et al., 2017a-d; Kołowrocki, et al., 2018c]. Zaproponowany w pracy model łącznego wpływu procesów eksploatacji i zmian pogodowych na bezpieczeństwo infrastruktury krytycznej opublikowany został częściowo w pracach: [Kołowrocki, Soszyńska-Budny, Torbicki, 2017e; Kołowrocki, et al., 2017a-d; Kołowrocki, et al., 2018c].

Na infrastrukturę krytyczną mogą oddziaływać zewnętrzne procesy. Takimi procesami zewnętrznymi są proces eksploatacji infrastruktury krytycznej oraz proces zmian pogodowych w obszarze eksploatacyjnym infrastruktury krytycznej, których wpływ na bezpieczeństwo infrastruktury krytycznej był analizowany w wyżej wymienionych pracach. Praca dotyczy analizy oraz przybliżonej oceny bezpieczeństwa i odporności infrastruktur krytycznych, przy założeniu, że ich elementy/zasoby są niezależne, starzeją się oraz posiadają różne intensywności przejść pomiędzy ich podzbiorami stanów bezpieczeństwa w różnych stanach eksploatacyjnych i różnych stanach procesu zmian pogodowych w obszarze ich eksploatacji.

W części aplikacyjnej rozprawy wszystkie rozważane modele bezpieczeństwa infrastruktury krytycznej zostały zastosowane do wyznaczenia wskaźników bezpieczeństwa i odporności przykładowej rzeczywistej infrastruktury krytycznej, którą jest portowa sieciowa infrastruktura krytyczna transportu paliwa. Przeprowadzone zostało porównanie wartości wyznaczonych wskaźników dla rozważanych modeli. Występujące pomiędzy nimi różnice dowodzą, że

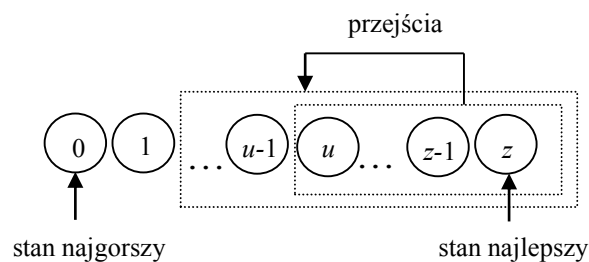
zaprezentowane podejście do badania bezpieczeństwa i odporności infrastruktur krytycznych jest poprawne oraz ma wartość praktyczną dla użytkowników i operatorów rzeczywistych infrastruktur krytycznych.

## 2. Ogólne podejście do bezpieczeństwa infrastruktury krytycznej

W celu wprowadzenia wielostanowego podejścia do analizy bezpieczeństwa infrastruktur krytycznych przyjęto, że:

- $n, n \in N$ , jest liczbą elementów/zasobów infrastruktury krytycznej,
- $A_i, i = 1, 2, \dots, n$ , są elementami/zasobami infrastruktury krytycznej,
- wszystkie rozważane elementy/zasoby oraz infrastruktura krytyczna mają zbiór stanów bezpieczeństwa  $\{0, 1, \dots, z\}, z \in N$ ; stany są uporządkowane: 0 jest stanem najgorszym, natomiast  $z$  jest stanem najlepszym,
- $r, r = 0, 1, \dots, z$ , jest stanem krytycznym (przebywanie infrastruktury krytycznej oraz jej elementów/zasobów w stanach bezpieczeństwa niższych niż stan krytyczny jest bardzo niebezpieczne dla niej i dla jej środowiska eksploatacyjnego),
- $T_i(u), i = 1, 2, \dots, n$ , są niezależnymi zmiennymi losowymi reprezentującymi czasy przebywania elementów/zasobów  $A_i, i = 1, 2, \dots, n$ , w podzbiórze stanów bezpieczeństwa  $\{u, u + 1, \dots, z\}, u = 0, 1, \dots, z$ , podczas gdy elementy/zasoby te w chwili  $t = 0$  znajdowały się w stanie bezpieczeństwa  $z$ ,
- $T(u), u = 0, 1, \dots, z$ , jest zmienną losową reprezentującą czas przebywania infrastruktury krytycznej w podzbiórze stanów bezpieczeństwa  $\{u, u + 1, \dots, z\}, u = 0, 1, \dots, z$ , podczas gdy w chwili  $t = 0$  znajdowała się ona w stanie bezpieczeństwa  $z$ ,
- stany bezpieczeństwa infrastruktury krytycznej oraz jej elementów/zasobów pogarszają się wraz z upływem czasu  $t, t \geq 0$ ,
- $s_i(t), i = 1, 2, \dots, n, t \geq 0$ , jest stanem bezpieczeństwa elementu/zasobu  $A_i$  w chwili  $t$ , podczas gdy element/zasób ten był w stanie bezpieczeństwa  $z$  w chwili  $t = 0$ ,
- $s(t), t \geq 0$ , jest stanem bezpieczeństwa infrastruktury krytycznej w chwili  $t$ , podczas gdy była ona w stanie bezpieczeństwa  $z$  w chwili  $t = 0$ .

Sposób, w jaki zmieniają się stany bezpieczeństwa elementów/zasobów i infrastruktury krytycznej zilustrowany jest na Rysunku 1.



**Rys. 1. Zmiany stanów bezpieczeństwa infrastruktury krytycznej i jej elementów/zasobów**

Wektor

$$S_i(t, \cdot) = [S_i(t, 0), S_i(t, 1), \dots, S_i(t, z)], t \geq 0, i = 1, 2, \dots, n,$$

gdzie

$$S_i(t, u) = P(s_i(t) \geq u | s_i(0) = z) = P(T_i(u) > t), t \geq 0, i = 1, 2, \dots, n, u = 0, 1, \dots, z,$$

jest prawdopodobieństwem tego, że element/zasób  $A_i$ ,  $i = 1, 2, \dots, n$ , w chwili  $t$ ,  $t \geq 0$ , znajduje się w jednym ze stanów z podzbioru stanów bezpieczeństwa  $\{u, u + 1, \dots, z\}$ ,  $u = 0, 1, \dots, z$ , podczas gdy w chwili  $t = 0$  znajdował się w stanie bezpieczeństwa  $z$ , nazywamy wielostanową funkcją bezpieczeństwa elementu/zasobu  $A_i$ .

Ponadto, wektor

$$\mathbf{S}(t, \cdot) = [\mathbf{S}(t, 0), \mathbf{S}(t, 1), \dots, \mathbf{S}(t, z)], t \geq 0,$$

gdzie

$$\mathbf{S}(t, u) = P(s(t) \geq u \mid s(0) = z) = P(T(u) > t), t \geq 0, u = 0, 1, \dots, z,$$

jest prawdopodobieństwem tego, że infrastruktura krytyczna w chwili  $t$ ,  $t \geq 0$ , znajdowała się w jednym ze stanów z podzbioru stanów bezpieczeństwa  $\{u, u + 1, \dots, z\}$ ,  $u = 0, 1, \dots, z$ , podczas gdy w chwili  $t = 0$  znajdowała się w stanie bezpieczeństwa  $z$ , nazywamy wielostanową funkcją bezpieczeństwa infrastruktury krytycznej.

Natomiast prawdopodobieństwo

$$\mathbf{r}(t) = P(s(t) < r \mid s(0) = z) = P(T(r) \leq t) = 1 - \mathbf{S}(t, r), t \geq 0,$$

tę, że infrastruktura krytyczna w chwili  $t$ ,  $t \geq 0$ , znajduje się w podzbiorze stanów bezpieczeństwa gorszych niż stan krytyczny  $r$ ,  $r = 1, 2, \dots, z$ , podczas gdy w chwili  $t = 0$  znajdowała się w stanie bezpieczeństwa  $z$ , nazywamy funkcją ryzyka infrastruktury krytycznej lub krótko ryzykiem.

Jeżeli  $\tau$  jest momentem, w którym wartość ryzyka infrastruktury krytycznej przekracza dopuszczalny poziom  $\delta$ ,  $\delta \in (0, 1)$ , to

$$\tau = \mathbf{r}^{-1}(\delta),$$

o ile  $\mathbf{r}^{-1}(t)$ ,  $t \geq 0$ , istnieje.

W dalszej części rozdziału zdefiniowane zostały wielostanowe infrastruktury krytyczne o następujących strukturach: szeregowych, równoległych, progowych, szeregowo-równoległych, równoległo-szeregowych, szeregowo-progowych, progowo-szeregowych.

Dla tych infrastruktury krytycznych wyznaczone zostały wzory na czasy  $T(u)$ ,  $u = 1, 2, \dots, z$ , przebywania infrastruktury krytycznej w podzbiorach stanów bezpieczeństwa oraz przywołane zostały wzory na ich dokładne funkcje bezpieczeństwa w przypadku ogólnym, a także w przypadku szczególnym, gdy ich elementy/zasoby posiadają wykładnicze funkcje bezpieczeństwa.

### 3. Model bezpieczeństwa infrastruktury krytycznej bez oddziaływań zewnętrznych

Rozważamy infrastrukturę krytyczną, na której bezpieczeństwo nie wpływa żaden zewnętrzny proces. Oznaczamy przez  $T^0(u)$ ,  $u = 1, 2, \dots, z$ , jej bezwarunkowy czas życia w podzbiorze stanów bezpieczeństwa  $\{u, u + 1, \dots, z\}$ . Wtedy wektor

$$\mathbf{S}^0(t, \cdot) = [1, \mathbf{S}^0(t, 1), \dots, \mathbf{S}^0(t, z)], t \geq 0, \tag{1}$$

z współrzędnymi zdefiniowanymi przez

$$\mathbf{S}^0(t, u) = P(T^0(u) > t) \text{ dla } t \geq 0, u = 1, 2, \dots, z, \quad (2)$$

jest pierwszym wskaźnikiem bezpieczeństwa, bezwarunkową funkcją bezpieczeństwa infrastruktury krytycznej (**SafI1**).

Ponadto, jeśli  $r, r = 1, 2, \dots, z$ , jest stanem krytycznym, to drugim wskaźnikiem bezpieczeństwa jest funkcja ryzyka infrastruktury krytycznej (**SafI2**)

$$\mathbf{r}^0(t) = P(s^0(t) < r \mid s^0(0) = z) = P(T^0(r) \leq t) = 1 - \mathbf{S}^0(t, r), t \geq 0, \quad (3)$$

gdzie  $\mathbf{S}^0(t, r), t \geq 0$ , jest współrzędną bezwarunkowej funkcji bezpieczeństwa infrastruktury krytycznej daną przez (2) dla  $u = r$ .

Wykres funkcji ryzyka infrastruktury krytycznej jest trzecim wskaźnikiem bezpieczeństwa nazywanym krzywą wrażliwości infrastruktury krytycznej (**SafI3**).

Inne praktycznie użyteczne charakterystyki bezpieczeństwa infrastruktury krytycznej to:

- wartości średnie czasów przebywania infrastruktury krytycznej w podzbiorach stanów bezpieczeństwa  $\{u, u + 1, \dots, z\}, u = 1, 2, \dots, z$ , dane przez

$$\boldsymbol{\mu}^0(u) = \int_0^{\infty} \mathbf{S}^0(t, u) dt, u = 1, 2, \dots, z, \quad (4)$$

gdzie  $\mathbf{S}^0(t, u), t \geq 0, u = 1, 2, \dots, z$ , są zdefiniowane przez (2);

- odchylenia standardowe czasów przebywania infrastruktury krytycznej w podzbiorach stanów bezpieczeństwa  $\{u, u + 1, \dots, z\}, u = 1, 2, \dots, z$ , dane przez

$$\boldsymbol{\sigma}^0(u) = \sqrt{2 \int_0^{\infty} t \mathbf{S}^0(t, u) dt - [\boldsymbol{\mu}^0(u)]^2}, u = 1, 2, \dots, z, \quad (5)$$

gdzie  $\mathbf{S}^0(t, u), t \geq 0, u = 1, 2, \dots, z$ , są zdefiniowane przez (2) i  $\boldsymbol{\mu}^0(u), u = 1, 2, \dots, z$ , są zdefiniowane przez (4);

- wartości średnie  $\bar{\boldsymbol{\mu}}^0(u), u = 1, 2, \dots, z$ , czasów przebywania infrastruktury krytycznej w poszczególnych stanach bezpieczeństwa:

$$\bar{\boldsymbol{\mu}}^0(u) = \boldsymbol{\mu}^0(u) - \boldsymbol{\mu}^0(u + 1), u = 1, 2, \dots, z - 1, \bar{\boldsymbol{\mu}}^0(z) = \boldsymbol{\mu}^0(z), \quad (6)$$

gdzie  $\boldsymbol{\mu}^0(u), u = 1, 2, \dots, z$ , są dane przez (4).

Następnie, definiujemy pozostałe wskaźniki bezpieczeństwa (**SafI4**)-(**SafI7**):

- wartość średnia  $\boldsymbol{\mu}^0(r)$  czasu  $T^0(r)$  do przekroczenia przez infrastrukturę krytyczną stanu krytycznego  $r$  (**SafI4**) dana przez (4) dla  $u = r$ ;

- odchylenie standardowe  $\boldsymbol{\sigma}^0(r)$  czasu  $T^0(r)$  do przekroczenia przez infrastrukturę krytyczną stanu krytycznego  $r$  (**SafI5**) dane przez (5) dla  $u = r$ ;

- moment  $\tau^0$  przekroczenia akceptowalnej wartości funkcji ryzyka infrastruktury krytycznej  $\delta$ ,  $\delta \in < 0, 1 >$ , (**SafI6**) dany przez

$$\tau^0 = (\mathbf{r}^0)^{-1}(\delta), \quad (7)$$

gdzie  $(\mathbf{r}^0)^{-1}(t), t \geq 0$ , jest funkcją odwrotną do funkcji ryzyka  $\mathbf{r}^0(t)$  danej przez (3);

- intensywności starzenia się (degradacji) infrastruktury krytycznej / intensywności wyjścia infrastruktury krytycznej z podzbioru stanów bezpieczeństwa  $\{u, u + 1, \dots, z\}$ ,  $u = 1, 2, \dots, z$ , (Safi17), dane przez współrzędne wektora

$$\lambda^0(t, \cdot) = [1, \lambda^0(t, 1), \dots, \lambda^0(t, z)], t \geq 0, \quad (8)$$

gdzie

$$\lambda^0(t, u) = -\frac{dS^0(t, u)}{dt} / S^0(t, u), t \geq 0, u = 1, 2, \dots, z, \quad (9)$$

gdzie  $S^0(t, u)$ ,  $t \geq 0$ ,  $u = 1, 2, \dots, z$ , są zdefiniowane przez (2).

## 4. Model bezpieczeństwa infrastruktury krytycznej w zmiennych warunkach eksploatacyjnych

### 4.1. Proces eksploatacji infrastruktury krytycznej

#### 4.1.1. Parametry procesu eksploatacji infrastruktury krytycznej

Zakładamy, że infrastruktura krytyczna podczas swojej eksploatacji może przyjąć jeden z  $v$ ,  $v \in N$ , różnych stanów eksploatacyjnych  $z_b$ ,  $b = 1, 2, \dots, v$ . Następnie, oznaczamy przez  $Z(t)$ ,  $t \geq 0$ , proces eksploatacji infrastruktury krytycznej z dyskretnym zbiorem stanów eksploatacyjnych  $\{z_1, z_2, \dots, z_v\}$ . Ponadto, zakładamy, że proces eksploatacji infrastruktury krytycznej  $Z(t)$ ,  $t \geq 0$ , jest procesem semi-markowskim [Grabski, 2002; Limnios, 2005; Soszyńska, 2007; Kołowrocki, Soszyńska-Budny, 2011] z warunkowymi czasami  $\theta_{b\tilde{b}}$ ,  $b, \tilde{b} = 1, 2, \dots, v$ ,  $b \neq \tilde{b}$ , przebywania w stanach eksploatacyjnych  $z_b$ ,  $b = 1, 2, \dots, v$ , podczas gdy następnym stanem eksploatacyjnym jest  $z_{\tilde{b}}$ ,  $\tilde{b} = 1, 2, \dots, v$ . Wtedy, proces ten może zostać opisany przez:

- wektor  $[p_b(0)]_{1 \times v}$  prawdopodobieństw początkowych

$$p_b(0) = P(Z(0) = z_b), b = 1, 2, \dots, v,$$

procesu eksploatacji infrastruktury krytycznej  $Z(t)$ ,  $t \geq 0$ , przebywającej w poszczególnych stanach eksploatacyjnych w chwili początkowej  $t = 0$ ;

- macierz  $[p_{b\tilde{b}}]_{v \times v}$  prawdopodobieństw przejść  $p_{b\tilde{b}}$ ,  $b, \tilde{b} = 1, 2, \dots, v$ , pomiędzy stanami eksploatacyjnymi  $z_b$  oraz  $z_{\tilde{b}}$ , gdzie  $p_{bb} = 0$  dla  $b = 1, 2, \dots, v$ ;

- macierz  $[H_{b\tilde{b}}(t)]_{v \times v}$ ,  $t \geq 0$ , warunkowych dystrybuant

$$H_{b\tilde{b}}(t) = P(\theta_{b\tilde{b}} < t), t \geq 0, b, \tilde{b} = 1, 2, \dots, v,$$

warunkowych czasów  $\theta_{b\tilde{b}}$ ,  $b, \tilde{b} = 1, 2, \dots, v$ , przebywania procesu eksploatacji infrastruktury krytycznej  $Z(t)$ ,  $t \geq 0$ , w poszczególnych stanach eksploatacyjnych, gdzie  $H_{bb}(t) = 0$ ,  $t \geq 0$ ,  $b = 1, 2, \dots, v$ ;

- macierz  $[h_{b\tilde{b}}(t)]_{v \times v}$ ,  $t \geq 0$ , warunkowych gęstości

$$h_{b\tilde{b}}(t) = \frac{d}{dt}[H_{b\tilde{b}}(t)], t \geq 0, \text{ dla } b, \tilde{b} = 1, 2, \dots, v,$$

warunkowych czasów  $\theta_{b\tilde{b}}$ ,  $b, \tilde{b} = 1, 2, \dots, v$ , przebywania procesu eksploatacji infrastruktury krytycznej  $Z(t)$ ,  $t \geq 0$ , w poszczególnych stanach eksploatacyjnych.

#### 4.1.2. Charakterystyki procesu eksploatacji infrastruktury krytycznej

Przy założeniach z poprzedniego podrozdziału, po zidentyfikowaniu definiowanych tam parametrów procesu eksploatacji infrastruktury krytycznej  $Z(t)$ ,  $t \geq 0$ , można wyznaczyć główne charakterystyki procesu eksploatacji infrastruktury krytycznej [Kołowrocki, Soszyńska-Budny, 2011], a mianowicie:

- wartości średnie warunkowych czasów przebywania procesu eksploatacji w poszczególnych stanach eksploatacyjnych

$$M_{b\tilde{b}} = E[\theta_{b\tilde{b}}] = \int_0^{\infty} t dH_{b\tilde{b}}(t) = \int_0^{\infty} t h_{b\tilde{b}}(t) dt, \quad b, \tilde{b} = 1, 2, \dots, v, \quad (10)$$

- bezwarunkowe dystrybuanty czasów  $\theta_b$ ,  $b = 1, 2, \dots, v$ , przebywania procesu w poszczególnych stanach eksploatacyjnych

$$H_b(t) = \sum_{\tilde{b}=1}^v p_{b\tilde{b}} H_{b\tilde{b}}(t), \quad t \geq 0, \quad b = 1, 2, \dots, v, \quad (11)$$

- wartości średnie bezwarunkowych czasów przebywania procesu w poszczególnych stanach eksploatacyjnych

$$M_b = E[\theta_b] = \sum_{\tilde{b}=1}^v p_{b\tilde{b}} M_{b\tilde{b}}, \quad b = 1, 2, \dots, v, \quad (12)$$

- wartości graniczne prawdopodobieństw chwilowych przebywania procesu w poszczególnych stanach eksploatacyjnych

$$p_b(t) = P(Z(t) = z_b), \quad t \geq 0, \quad b = 1, 2, \dots, v,$$

dane przez

$$p_b = \lim_{t \rightarrow \infty} p_b(t) = \frac{\pi_b M_b}{\sum_{\tilde{b}=1}^v \pi_{\tilde{b}} M_{\tilde{b}}}, \quad b = 1, 2, \dots, v, \quad (13)$$

gdzie prawdopodobieństwa  $\pi_b$ ,  $b = 1, 2, \dots, v$ , z wektora  $[\pi_b]_{1 \times v}$  spełniają układ równań

$$\begin{cases} [\pi_b]_{1 \times v} = [\pi_b]_{1 \times v} \cdot [P_{b\tilde{b}}]_{v \times v} \\ \sum_{\tilde{b}=1}^v \pi_{\tilde{b}} = 1. \end{cases} \quad (14)$$

W przypadku okresowego procesu eksploatacji infrastruktury krytycznej  $Z(t)$ ,  $t \geq 0$ , wartości graniczne prawdopodobieństw chwilowych  $p_b$ ,  $b = 1, 2, \dots, v$ , są długoterminowymi proporcjami czasów pobytu procesu eksploatacji w poszczególnych stanach eksploatacyjnych  $z_b$ ,  $b = 1, 2, \dots, v$ .

## 4.2. Bezpieczeństwo infrastruktury krytycznej w zmiennych warunkach eksploatacyjnych

### 4.2.1. Model wpływu procesu eksploatacji

Rozważamy infrastrukturę krytyczną, na którą wpływa jej proces eksploatacji  $Z(t)$ ,  $t \geq 0$ . Zakładamy, że zmiany stanów eksploatacyjnych  $z_b$ ,  $b = 1, 2, \dots, v$ , mają wpływ na bezpieczeństwo infrastruktury krytycznej oraz jej elementów  $A_i$ ,  $i = 1, 2, \dots, n$ .

Oznaczamy przez  $[T^1_i(u)]^{(b)}$ ,  $u = 1, 2, \dots, z$ ,  $i = 1, 2, \dots, n$ ,  $b = 1, 2, \dots, v$ , warunkowy czas przebywania elementu  $A_i$  w podzbiórze stanów bezpieczeństwa  $\{u, u + 1, \dots, z\}$  podczas gdy proces eksploatacji  $Z(t)$ ,  $t \geq 0$ , znajduje się w stanie eksploatacyjnym  $z_b$ .

Aby oszacować bezpieczeństwo infrastruktury krytycznej uwzględniając zmienne warunki eksploatacyjne, należy ustalić skalę negatywnego wpływu procesu eksploatacji  $Z(t)$ ,  $t \geq 0$ , na elementy  $A_i$ ,  $i = 1, 2, \dots, n$ , infrastruktury krytycznej wyrażoną w postaci współczynników wpływu

$$[\rho^1_i(u)]^{(b)}, [\rho^1_i(u)]^{(b)} \geq 1, u = 1, 2, \dots, z, i = 1, 2, \dots, n, b = 1, 2, \dots, v, \quad (15)$$

procesu eksploatacji  $Z(t)$ ,  $t \geq 0$ , w stanach eksploatacyjnych  $z_b$ ,  $b = 1, 2, \dots, v$ , na intensywności starzenia się tych elementów  $A_i$ ,  $i = 1, 2, \dots, n$ .

Zakładamy, że współrzędne wektora

$$[S^1_i(t, \cdot)]^{(b)} = [1, [S^1_i(t, 1)]^{(b)}, \dots, [S^1_i(t, z)]^{(b)}], t \geq 0, b = 1, 2, \dots, v, i = 1, 2, \dots, n, \quad (16)$$

funkcji bezpieczeństwa elementów infrastruktury krytycznej  $A_i$ ,  $i = 1, 2, \dots, n$ , są wykładnicze oraz dane przez

$$[S^1_i(t, u)]^{(b)} = P([T^1_i(u)]^{(b)} > t \mid Z(t) = z_b) = \exp[-[\lambda^1_i(u)]^{(b)} t] \quad (17)$$

$$= \exp[-[\rho^1_i(u)]^{(b)} \lambda^0_i(u) t], u = 1, 2, \dots, z, t \geq 0, i = 1, 2, \dots, n, b = 1, 2, \dots, v,$$

gdzie

$$[\lambda^1_i(u)]^{(b)} = [\rho^1_i(u)]^{(b)} \lambda^0_i(u), u = 1, 2, \dots, z, i = 1, 2, \dots, n, b = 1, 2, \dots, v, \quad (18)$$

są intensywnościami starzenia się (wyjścia z podzbioru stanów bezpieczeństwa  $\{u, u + 1, \dots, z\}$ ,  $u = 1, 2, \dots, z$ ) elementów  $A_i$ ,  $i = 1, 2, \dots, n$ , uwzględniającymi wpływ procesu eksploatacji,  $\lambda^0_i(u)$ ,  $u = 1, 2, \dots, z$ ,  $i = 1, 2, \dots, n$ , są intensywnościami starzenia się elementów  $A_i$ ,  $i = 1, 2, \dots, n$ , bez uwzględnienia wpływu procesu eksploatacji oraz  $[\rho^1_i(u)]^{(b)}$ ,  $u = 1, 2, \dots, z$ ,  $i = 1, 2, \dots, n$ ,  $b = 1, 2, \dots, v$ , są wartościami współczynników wpływu procesu eksploatacji  $Z(t)$ ,  $t \geq 0$ , w stanach eksploatacyjnych  $z_b$ ,  $b = 1, 2, \dots, v$ , na intensywności starzenia się elementów  $A_i$ ,  $i = 1, 2, \dots, n$ .



#### 4.2.2. Wskaźniki bezpieczeństwa infrastruktury krytycznej w zmiennych warunkach eksploatacyjnych

Oznaczamy przez  $[T^1(u)]^{(b)}$ ,  $u = 1, 2, \dots, z$ ,  $b = 1, 2, \dots, v$ , warunkowy czas przebywania infrastruktury krytycznej w podzbiorze stanów bezpieczeństwa  $\{u, u + 1, \dots, z\}$  podczas gdy proces eksploatacji  $Z(t)$ ,  $t \geq 0$ , znajduje się w stanie eksploatacyjnym  $z_b$  oraz przez wektor

$$[\mathbf{S}^1(t, \cdot)]^{(b)} = [1, [\mathbf{S}^1(t, 1)]^{(b)}, \dots, [\mathbf{S}^1(t, z)]^{(b)}], t \geq 0, b = 1, 2, \dots, v, \quad (19)$$

warunkową funkcję bezpieczeństwa infrastruktury krytycznej w zmiennych warunkach eksploatacyjnych, gdzie

$$[\mathbf{S}^1(t, u)]^{(b)} = P([T^1(u)]^{(b)} > t \mid Z(t) = z_b), t \geq 0, u = 1, 2, \dots, z, b = 1, 2, \dots, v. \quad (20)$$

Oznaczamy przez  $T^1(u)$ ,  $u = 1, 2, \dots, z$ , bezwarunkowy czas przebywania infrastruktury krytycznej w zmiennych warunkach eksploatacyjnych w podzbiorze stanów bezpieczeństwa  $\{u, u + 1, \dots, z\}$  oraz przez wektor

$$\mathbf{S}^1(t, \cdot) = [1, \mathbf{S}^1(t, 1), \dots, \mathbf{S}^1(t, z)], t \geq 0, \quad (21)$$

bezwarunkową funkcję bezpieczeństwa infrastruktury krytycznej (**SafI1**) w zmiennych warunkach eksploatacyjnych, gdzie

$$\mathbf{S}^1(t, u) = P(T^1(u) > t), t \geq 0, u = 1, 2, \dots, z. \quad (22)$$

W przypadku, gdy czas eksploatacji infrastruktury krytycznej  $\theta$  jest dostatecznie duży, współrzędne bezwarunkowej funkcji bezpieczeństwa infrastruktury krytycznej, na którą wpływa jej proces eksploatacji  $Z(t)$ ,  $t \geq 0$ , zdefiniowane przez (22), mogą zostać oszacowane przez

$$\mathbf{S}^1(t, u) \cong \sum_{b=1}^v p_b [\mathbf{S}^1(t, u)]^{(b)}, t \geq 0, u = 1, 2, \dots, z, \quad (23)$$

gdzie  $[\mathbf{S}^1(t, u)]^{(b)}$ ,  $t \geq 0$ ,  $u = 1, 2, \dots, z$ ,  $b = 1, 2, \dots, v$ , są współrzędnymi warunkowej funkcji bezpieczeństwa infrastruktury krytycznej w zmiennych warunkach eksploatacyjnych zdefiniowanymi przez (19)-(20) oraz  $p_b$ ,  $b = 1, 2, \dots, v$ , są wartościami granicznymi prawdopodobieństw chwilowych procesu eksploatacji  $Z(t)$ ,  $t \geq 0$ , w stanach eksploatacyjnych  $z_b$ ,  $b = 1, 2, \dots, v$ , danymi przez (13).

Praktycznie użytecznymi charakterystykami bezpieczeństwa infrastruktury krytycznej uwzględniającej wpływ jej procesu eksploatacji  $Z(t)$ ,  $t \geq 0$ , są:

- wartości średnie czasów przebywania infrastruktury krytycznej w podzbiorach stanów bezpieczeństwa  $\{u, u + 1, \dots, z\}$ ,  $u = 1, 2, \dots, z$ , dane przez

$$\boldsymbol{\mu}^1(u) = \int_0^{\infty} [\mathbf{S}^1(t, u)] dt \cong \sum_{b=1}^v p_b \boldsymbol{\mu}_b^1(u), u = 1, 2, \dots, z, \quad (24)$$

gdzie  $[\boldsymbol{\mu}^1(u)]^{(b)}$ ,  $u = 1, 2, \dots, z$ ,  $b = 1, 2, \dots, v$ , są wartościami średnimi warunkowych czasów  $[T^1(u)]^{(b)}$ ,  $u = 1, 2, \dots, z$ ,  $b = 1, 2, \dots, v$ , przebywania infrastruktury krytycznej w podzbiorach

stanów bezpieczeństwa  $\{u, u + 1, \dots, z\}$ ,  $u = 1, 2, \dots, z$ , w stanach eksploatacyjnych  $z_b$ ,  $b = 1, 2, \dots, v$ , danymi przez

$$[\mu^1(u)]^{(b)} = \int_0^{\infty} [S^1(t, u)]^{(b)} dt, \quad u = 1, 2, \dots, z, \quad b = 1, 2, \dots, v, \quad (25)$$

oraz  $[S^1(t, u)]^{(b)}$ ,  $t \geq 0$ ,  $u = 1, 2, \dots, z$ ,  $b = 1, 2, \dots, v$ , są zdefiniowane przez (19)-(20) i  $p_b$ ,  $b = 1, 2, \dots, v$ , są dane przez (13);

- odchylenia standardowe  $\sigma^1(u)$ ,  $u = 1, 2, \dots, z$ , czasów przebywania infrastruktury krytycznej w podzbiorach stanów bezpieczeństwa  $\{u, u + 1, \dots, z\}$ ,  $u = 1, 2, \dots, z$ , (wyznaczane podobnie jak w przypadku infrastruktury krytycznej wolnej od wpływów procesów zewnętrznych);

- wartości średnie  $\bar{\mu}^1(u)$ ,  $u = 1, 2, \dots, z$ , czasów przebywania infrastruktury krytycznej w poszczególnych stanach bezpieczeństwa (również wyznaczane podobnie jak w przypadku infrastruktury krytycznej wolnej od wpływów procesów zewnętrznych).

Ponadto, następujące wskaźniki bezpieczeństwa (**SafI2**)-(**SafI7**) wyznacza się podobnie jak w przypadku infrastruktury krytycznej wolnej od wpływów procesów zewnętrznych:

- funkcja ryzyka  $r^1(t)$ ,  $t \geq 0$ , infrastruktury krytycznej (**SafI2**),

- krzywa wrażliwości infrastruktury krytycznej (**SafI3**),

- wartość średnia  $\mu^1(r)$  czasu  $T^1(r)$  do przekroczenia przez infrastrukturę krytyczną stanu krytycznego  $r$  (**SafI4**),

- odchylenie standardowe  $\sigma^1(r)$  czasu  $T^1(r)$  do przekroczenia przez infrastrukturę krytyczną stanu krytycznego  $r$  (**SafI5**),

- moment  $\tau^1$  przekroczenia akceptowalnej wartości funkcji ryzyka infrastruktury krytycznej  $\delta$ ,  $\delta \in < 0, 1 >$  (**SafI6**),

- intensywności  $\lambda^1(t, u)$ ,  $t \geq 0$ ,  $u = 1, 2, \dots, z$ , starzenia się (degradacji) infrastruktury krytycznej (**SafI7**).

Ponadto wyróżniamy również współczynniki wpływu procesu eksploatacji na intensywności starzenia się (degradacji) infrastruktury krytycznej (**SafI8**), dane przez współrzędne wektora

$$\rho^1(t, \cdot) = [0, \rho^1(t, 1), \dots, \rho^1(t, z)], \quad t \geq 0, \quad (26)$$

gdzie

$$\rho^1(t, u) = \lambda^1(t, u) / \lambda^0(t, u), \quad t \geq 0, \quad u = 1, 2, \dots, z, \quad (27)$$

oraz  $\lambda^0(t, u)$ ,  $t \geq 0$ ,  $u = 1, 2, \dots, z$ , są intensywnościami starzenia się infrastruktury krytycznej bez wpływu procesu eksploatacji danymi przez (9) oraz  $\lambda^1(t, u)$ ,  $t \geq 0$ ,  $u = 1, 2, \dots, z$ , są intensywnościami starzenia się infrastruktury krytycznej z uwzględnieniem wpływu procesu eksploatacji.

Ważną miarą bezpieczeństwa infrastruktury krytycznej są wskaźniki (**ResI1**)-(**ResI3**) jej odporności na wpływ procesu eksploatacji:

- wskaźnik odporności infrastruktury krytycznej na wpływ jej procesu eksploatacji (**ResI1**) zdefiniowany przez

$$RII^1(t) = 1 / \rho^1(t, r), \quad t \geq 0, \quad (28)$$

gdzie  $\rho^1(t, r)$ ,  $t \geq 0$ , są współczynnikami wpływu procesu eksploatacji na intensywności starzenia się infrastruktury krytycznej;

- wartość graniczna wskaźnika odporności infrastruktury krytycznej na wpływ jej procesu eksploatacji (**ResI2**) zdefiniowana przez

$$RI2^1 = \lim_{t \rightarrow \infty} (\lambda^0(t, r) / \lambda^1(t, r)), \quad (29)$$

gdzie  $\lambda^1(t, r)$ ,  $t \geq 0$ , jest intensywnością starzenia się infrastruktury krytycznej uwzględniającą wpływ jej procesu eksploatacji oraz  $\lambda^0(t, r)$  jest dane przez (9) dla  $u = r$ ;

- oszacowana wartość średnia wskaźnika odporności infrastruktury krytycznej na wpływ jej procesu eksploatacji (**ResI3**) zdefiniowana przez

$$RI3^1 = \mu^1(r) / \mu^0(r), \quad (30)$$

gdzie  $\mu^1(r)$  jest wartością średnią czasu  $T^1(r)$  do przekroczenia przez infrastrukturę krytyczną stanu krytycznego  $r$  i  $\mu^0(r)$  jest dane przez (4) dla  $u = r$ .

## 5. Model bezpieczeństwa infrastruktury krytycznej w zmiennych warunkach pogodowych

### 5.1. Proces zmian pogodowych

#### 5.1.1. Stany procesu zmian pogodowych

W tym podrozdziale pokazano jak zdefiniować stany procesu zmian pogodowych [Kołowrocki, Soszyńska-Budny, Torbicki, 2017a].

#### 5.1.2. Parametry procesu zmian pogodowych

Zakładamy, że proces zmian pogodowych  $C(t)$ ,  $t \geq 0$ , jest procesem semi-markowskim z dyskretnym zbiorem stanów pogodowych  $\{c_1, c_2, \dots, c_w\}$ . Oznaczamy przez  $C_{\beta \tilde{\beta}}$ ,  $\beta, \tilde{\beta} = 1, 2, \dots, w, \beta \neq \tilde{\beta}$ , jego losowe warunkowe czasy przebywania w stanach pogodowych  $c_\beta, \beta = 1, 2, \dots, w$ , podczas gdy następnym stanem pogodowym jest  $c_{\tilde{\beta}}, \tilde{\beta} = 1, 2, \dots, w$ . Wtedy, proces ten może zostać opisany przez [Kołowrocki, Soszyńska-Budny, Torbicki, 2017a]:

- wektor  $[q_\beta(0)]_{1 \times w}$  prawdopodobieństw początkowych

$$q_\beta(0) = P(C(0) = c_\beta), \beta = 1, 2, \dots, w,$$

procesu zmian pogodowych  $C(t)$ ,  $t \geq 0$ , przebywającego w poszczególnych stanach pogodowych w chwili początkowej  $t = 0$ ;

- macierz  $[q_{\beta \tilde{\beta}}]_{w \times w}$  prawdopodobieństw przejść  $q_{\beta \tilde{\beta}}, \beta, \tilde{\beta} = 1, 2, \dots, w$ , pomiędzy stanami pogodowymi  $c_\beta$  oraz  $c_{\tilde{\beta}}$ , gdzie  $q_{\beta \beta} = 0, \beta = 1, 2, \dots, w$ ;

- macierz  $[C_{\beta \tilde{\beta}}(t)]_{w \times w}, t \geq 0$ , warunkowych dystrybuant

$$C_{\beta \tilde{\beta}}(t) = P(C_{\beta \tilde{\beta}} < t), t \geq 0, \beta, \tilde{\beta} = 1, 2, \dots, w,$$

warunkowych czasów  $C_{\beta \tilde{\beta}}, \beta, \tilde{\beta} = 1, 2, \dots, w$ , przebywania procesu zmian pogodowych  $C(t)$ ,  $t \geq 0$ , w poszczególnych stanach pogodowych, gdzie  $C_{\beta \beta}(t) = 0, t \geq 0, \beta = 1, 2, \dots, w$ ;

- macierz  $[c_{\beta \tilde{\beta}}(t)]_{w \times w}, t \geq 0$ , warunkowych gęstości

$$c_{\beta\tilde{\beta}}(t) = \frac{d}{dt}[C_{\beta\tilde{\beta}}(t)], t \geq 0, \text{ dla } \beta, \tilde{\beta} = 1, 2, \dots, w,$$

warunkowych czasów  $C_{\beta\tilde{\beta}}, \beta, \tilde{\beta} = 1, 2, \dots, w$ , przebywania procesu zmian pogodowych  $C(t), t \geq 0$ , w poszczególnych stanach pogodowych.

### 5.1.3. Charakterystyki procesu pogodowego

Przy założeniach z poprzedniego podrozdziału, po zidentyfikowaniu zdefiniowanych tam parametrów procesu zmian pogodowych  $C(t), t \geq 0$ , można wyznaczyć główne charakterystyki tego procesu [Kołowrocki, Soszyńska-Budny, Torbicki, 2017a] podobnie jak charakterystyki procesu eksploatacji, a mianowicie:

- wartości średnie  $N_{\beta\tilde{\beta}}, \beta, \tilde{\beta} = 1, 2, \dots, w$ , warunkowych czasów przebywania procesu zmian pogodowych w poszczególnych stanach pogodowych,
- bezwarunkowe dystrybuanty  $C_{\beta}(t), t \geq 0, \beta = 1, 2, \dots, w$ , czasów  $C_{\beta}, \beta = 1, 2, \dots, w$ , przebywania procesu zmian pogodowych w poszczególnych stanach pogodowych,
- wartości średnie  $N_{\beta}, \beta = 1, 2, \dots, w$ , bezwarunkowych czasów przebywania procesu zmian pogodowych w poszczególnych stanach pogodowych,
- wartości graniczne  $q_{\beta}, \beta = 1, 2, \dots, w$ , prawdopodobieństw chwilowych przebywania procesu zmian pogodowych w poszczególnych stanach pogodowych.

W przypadku okresowego procesu zmian pogodowych  $C(t), t \geq 0$ , wartości graniczne prawdopodobieństw chwilowych  $q_{\beta}, \beta = 1, 2, \dots, w$ , są długoterminowymi proporcjami czasów pobytu procesu zmian pogodowych w poszczególnych stanach pogodowych  $c_{\beta}, \beta = 1, 2, \dots, w$ .

### 5.1.4. Łączny model kilku procesów zmian pogodowych

Aby zdefiniować łączny proces zmian pogodowych na obszarze eksploatacji infrastruktury krytycznej, zakładamy, że:

- $\kappa, \kappa \in \mathbb{N}$ , jest liczbą różnych niezależnych procesów zmian pogodowych wpływających na bezpieczeństwo infrastruktury krytycznej na jej obszarze eksploatacji;
- $C_j(t), t \geq 0, j = 1, 2, \dots, \kappa$ , są semi-markowskimi procesami zmian pogodowych na obszarze eksploatacji infrastruktury krytycznej;
- $w_j, j = 1, 2, \dots, \kappa$ , są liczbami stanów procesów zmian pogodowych  $C_j(t), t \geq 0$ ;
- $c_{j1}, c_{j2}, \dots, c_{jw_j}, j = 1, 2, \dots, \kappa$ , są stanami pogodowymi procesów  $C_j(t), t \geq 0$ ;
- $q_{j\beta}(0), \beta = 1, 2, \dots, w_j, j = 1, 2, \dots, \kappa$ , są prawdopodobieństwami początkowymi procesów  $C_j(t), j = 1, 2, \dots, \kappa$ , przebywającymi w poszczególnych stanach pogodowych  $c_{j\beta}, \beta = 1, 2, \dots, w_j$ , w chwili  $t = 0$ ;
- $[q_{j\beta\tilde{\beta}}]_{w_j \times w_j}, j = 1, 2, \dots, \kappa$ , są macierzami prawdopodobieństw  $q_{j\beta\tilde{\beta}}, \beta, \tilde{\beta} = 1, 2, \dots, w_j$ , przejść procesów  $C_j(t), j = 1, 2, \dots, \kappa$ , ze stanów pogodowych  $c_{j\beta}, \beta = 1, 2, \dots, w_j$ , do stanów pogodowych  $c_{j\tilde{\beta}}, \tilde{\beta} = 1, 2, \dots, w_j$ ;
- $[C_{j\beta\tilde{\beta}}(t)]_{w_j \times w_j}, t \geq 0, j = 1, 2, \dots, \kappa$ , są macierzami warunkowych dystrybuant  $C_{j\beta\tilde{\beta}}(t), \beta, \tilde{\beta} = 1, 2, \dots, w_j$ , warunkowych czasów  $C_{j\beta\tilde{\beta}}, \beta, \tilde{\beta} = 1, 2, \dots, w_j$ , przebywania w stanach pogodowych  $c_{j\beta}, \beta = 1, 2, \dots, w_j$ , gdy następnym stanem pogodowym jest  $c_{j\tilde{\beta}}, \tilde{\beta} = 1, 2, \dots, w_j$ ;

–  $[c_{j\beta\tilde{\beta}}(t)]_{w_j \times w_j}$ ,  $t \geq 0$ ,  $j = 1, 2, \dots, \kappa$ , są macierzami warunkowych gęstości  $c_{j\beta\tilde{\beta}}(t)$ ,  $\beta, \tilde{\beta} = 1, 2, \dots, w_j$ , warunkowych czasów  $C_{j\beta\tilde{\beta}}$ ,  $\beta, \tilde{\beta} = 1, 2, \dots, w_j$ , przebywania w stanach pogodowych  $c_{j\beta}$ ,  $\beta = 1, 2, \dots, w_j$ , gdy następnym stanem pogodowym jest  $c_{j\tilde{\beta}}$ ,  $\tilde{\beta} = 1, 2, \dots, w_j$ ;  
–  $q_{j1}, q_{j2}, \dots, q_{jw_j}$ ,  $j = 1, 2, \dots, \kappa$ , są wartościami granicznymi chwilowych prawdopodobieństw przebywania procesów pogodowych  $C_j(t)$ ,  $j = 1, 2, \dots, \kappa$ ,  $t \geq 0$ , w poszczególnych stanach pogodowych  $c_{j1}, c_{j2}, \dots, c_{jw_j}$ .

Wtedy, możliwe jest skonstruowanie łącznego procesu zmian pogodowych  $\bar{C}(t)$ ,  $t \geq 0$ , przyjmującego

$$\bar{w} = w_1 \cdot w_2 \cdot \dots \cdot w_\kappa,$$

różnych stanów pogodowych  $\bar{c}_{(\beta_1, \beta_2, \dots, \beta_\kappa)}$ ,  $\beta_j = 1, 2, \dots, w_j$ ,  $j = 1, 2, \dots, \kappa$ , takich, że

$$\bar{C}(t) = \bar{c}_{(\beta_1, \beta_2, \dots, \beta_\kappa)} \Leftrightarrow C_1(t) = c_{\beta_1}, C_2(t) = c_{\beta_2}, \dots, C_\kappa(t) = c_{\beta_\kappa}, t \geq 0, \beta_j = 1, 2, \dots, w_j, j = 1, 2, \dots, \kappa.$$

Łączny proces zmian pogodowych  $\bar{C}(t)$ ,  $t \geq 0$ , może zostać opisany przez:

- wektor  $[\bar{q}_{(\beta_1, \beta_2, \dots, \beta_\kappa)}(0)]_{\beta_j = 1, 2, \dots, w_j, j = 1, 2, \dots, \kappa}$  prawdopodobieństw początkowych

$$\bar{q}_{(\beta_1, \beta_2, \dots, \beta_\kappa)}(0) = P(\bar{C}(0) = \bar{c}_{(\beta_1, \beta_2, \dots, \beta_\kappa)}) = q_{1\beta_1}(0) \cdot q_{2\beta_2}(0) \cdot \dots \cdot q_{\kappa\beta_\kappa}(0),$$

$$\beta_j = 1, 2, \dots, w_j, j = 1, 2, \dots, \kappa,$$

łącznego procesu zmian pogodowych  $\bar{C}(t)$ ,  $t \geq 0$ , przebywającego w poszczególnych stanach pogodowych w chwili początkowej  $t = 0$ ;

- macierz  $[\bar{q}_{(\beta_1, \beta_2, \dots, \beta_\kappa)(\tilde{\beta}_1, \tilde{\beta}_2, \dots, \tilde{\beta}_\kappa)}]_{\beta_j, \tilde{\beta}_j = 1, 2, \dots, w_j, j = 1, 2, \dots, \kappa}$  prawdopodobieństw przejść

$$\bar{q}_{(\beta_1, \beta_2, \dots, \beta_\kappa)(\tilde{\beta}_1, \tilde{\beta}_2, \dots, \tilde{\beta}_\kappa)} = q_{1\beta_1\tilde{\beta}_1} \cdot q_{2\beta_2\tilde{\beta}_2} \cdot \dots \cdot q_{\kappa\beta_\kappa\tilde{\beta}_\kappa}, \beta_j, \tilde{\beta}_j = 1, 2, \dots, w_j, j = 1, 2, \dots, \kappa,$$

między stanami pogodowymi  $\bar{c}_{(\beta_1, \beta_2, \dots, \beta_\kappa)}$ ,  $\beta_j = 1, 2, \dots, w_j$ ,  $j = 1, 2, \dots, \kappa$ , oraz  $\bar{c}_{(\tilde{\beta}_1, \tilde{\beta}_2, \dots, \tilde{\beta}_\kappa)}$ ,

$\tilde{\beta}_j = 1, 2, \dots, w_j$ ,  $j = 1, 2, \dots, \kappa$ , gdzie  $\bar{q}_{(\beta_1, \beta_2, \dots, \beta_\kappa)(\beta_1, \beta_2, \dots, \beta_\kappa)} = 0$  dla  $\beta_j = 1, 2, \dots, w_j$ ,  $j = 1, 2, \dots, \kappa$ ;

- macierz  $[\bar{C}_{(\beta_1, \beta_2, \dots, \beta_\kappa)(\tilde{\beta}_1, \tilde{\beta}_2, \dots, \tilde{\beta}_\kappa)}(t)]_{\beta_j, \tilde{\beta}_j = 1, 2, \dots, w_j, j = 1, 2, \dots, \kappa}$  warunkowych dystrybuant

$$\bar{C}_{(\beta_1, \beta_2, \dots, \beta_\kappa)(\tilde{\beta}_1, \tilde{\beta}_2, \dots, \tilde{\beta}_\kappa)}(t) = P(\bar{C}_{(\beta_1, \beta_2, \dots, \beta_\kappa)(\tilde{\beta}_1, \tilde{\beta}_2, \dots, \tilde{\beta}_\kappa)} < t) = C_{1\beta_1\tilde{\beta}_1}(t) \cdot C_{2\beta_2\tilde{\beta}_2}(t) \cdot \dots \cdot C_{\kappa\beta_\kappa\tilde{\beta}_\kappa}(t),$$

$$t \geq 0, \beta_j, \tilde{\beta}_j = 1, 2, \dots, w_j, j = 1, 2, \dots, \kappa,$$

warunkowych czasów  $\bar{C}_{(\beta_1, \beta_2, \dots, \beta_\kappa)(\tilde{\beta}_1, \tilde{\beta}_2, \dots, \tilde{\beta}_\kappa)}$ ,  $\beta_j, \tilde{\beta}_j = 1, 2, \dots, w_j$ ,  $j = 1, 2, \dots, \kappa$ , przebywania

łącznego procesu zmian pogodowych  $\bar{C}(t)$ ,  $t \geq 0$ , w poszczególnych stanach pogodowych, gdzie  $\bar{C}_{(\beta_1, \beta_2, \dots, \beta_\kappa)(\beta_1, \beta_2, \dots, \beta_\kappa)}(t) = 0$ ,  $t \geq 0$ , dla  $\beta_j = 1, 2, \dots, w_j$ ,  $j = 1, 2, \dots, \kappa$ ;

- macierz  $[\bar{c}_{(\beta_1, \beta_2, \dots, \beta_\kappa)(\tilde{\beta}_1, \tilde{\beta}_2, \dots, \tilde{\beta}_\kappa)}(t)]_{\beta_j, \tilde{\beta}_j = 1, 2, \dots, w_j, j = 1, 2, \dots, \kappa}$  warunkowych gęstości

$$\bar{c}_{(\beta_1, \beta_2, \dots, \beta_\kappa)(\tilde{\beta}_1, \tilde{\beta}_2, \dots, \tilde{\beta}_\kappa)}(t) = \frac{d}{dt} [\bar{C}_{(\beta_1, \beta_2, \dots, \beta_\kappa)(\tilde{\beta}_1, \tilde{\beta}_2, \dots, \tilde{\beta}_\kappa)}(t)] =$$

$$c1_{\beta_1 \tilde{\beta}_1}(t) \cdot C2_{\beta_2 \tilde{\beta}_2}(t) \cdot \dots \cdot C\kappa_{\beta_\kappa \tilde{\beta}_\kappa}(t) + C1_{\beta_1 \tilde{\beta}_1}(t) \cdot c2_{\beta_2 \tilde{\beta}_2}(t) \cdot \dots \cdot C\kappa_{\beta_\kappa \tilde{\beta}_\kappa}(t) + \dots +$$

$$+ C1_{\beta_1 \tilde{\beta}_1}(t) \cdot C2_{\beta_2 \tilde{\beta}_2}(t) \cdot \dots \cdot c\kappa_{\beta_\kappa \tilde{\beta}_\kappa}(t), t \geq 0, \beta_j, \tilde{\beta}_j = 1, 2, \dots, w_j, j = 1, 2, \dots, \kappa,$$

warunkowych czasów  $\bar{C}_{(\beta_1, \beta_2, \dots, \beta_\kappa)(\tilde{\beta}_1, \tilde{\beta}_2, \dots, \tilde{\beta}_\kappa)}$ ,  $\beta_j, \tilde{\beta}_j = 1, 2, \dots, w_j, j = 1, 2, \dots, \kappa$ , przebywania łącznego procesu zmian pogodowych  $\bar{C}(t)$ ,  $t \geq 0$ , w poszczególnych stanach pogodowych.

Po zidentyfikowaniu powyższych parametrów łącznego procesu zmian pogodowych  $\bar{C}(t)$ ,  $t \geq 0$ , można wyznaczyć główne charakterystyki tego procesu, a mianowicie:

- wartości średnie  $\bar{N}_{(\beta_1, \beta_2, \dots, \beta_\kappa)(\tilde{\beta}_1, \tilde{\beta}_2, \dots, \tilde{\beta}_\kappa)}$ ,  $\beta_j, \tilde{\beta}_j = 1, 2, \dots, w_j, j = 1, 2, \dots, \kappa$ , warunkowych czasów przebywania łącznego procesu zmian pogodowych w poszczególnych stanach pogodowych,
- bezwarunkowe dystrybuanty  $\bar{C}_{(\beta_1, \beta_2, \dots, \beta_\kappa)}(t)$ ,  $t \geq 0$ ,  $\beta_j = 1, 2, \dots, w_j, j = 1, 2, \dots, \kappa$ , czasów  $\bar{C}_{(\beta_1, \beta_2, \dots, \beta_\kappa)}$ ,  $\beta_j = 1, 2, \dots, w_j, j = 1, 2, \dots, \kappa$ , przebywania łącznego procesu zmian pogodowych w poszczególnych stanach pogodowych,
- wartości średnie  $\bar{N}_{(\beta_1, \beta_2, \dots, \beta_\kappa)}$ ,  $\beta_j = 1, 2, \dots, w_j, j = 1, 2, \dots, \kappa$ , bezwarunkowych czasów przebywania łącznego procesu zmian pogodowych w poszczególnych stanach pogodowych,
- wartości graniczne prawdopodobieństw chwilowych przebywania łącznego procesu zmian pogodowych w poszczególnych stanach pogodowych

$$\bar{q}_{(\beta_1, \beta_2, \dots, \beta_\kappa)}(t) = P(\bar{C}(t) = \bar{c}_{(\beta_1, \beta_2, \dots, \beta_\kappa)}), t \geq 0, \beta_j = 1, 2, \dots, w_j, j = 1, 2, \dots, \kappa,$$

dane przez

$$\bar{q}_{(\beta_1, \beta_2, \dots, \beta_\kappa)} = q1_{\beta_1} \cdot q2_{\beta_2} \cdot \dots \cdot q\kappa_{\beta_\kappa}, \beta_j = 1, 2, \dots, w_j, j = 1, 2, \dots, \kappa. \quad (31)$$

W przypadku okresowych procesów zmian pogodowych  $C_j(t)$ ,  $t \geq 0$ ,  $j = 1, 2, \dots, \kappa$ , wartości graniczne prawdopodobieństw chwilowych  $\bar{q}_{(\beta_1, \beta_2, \dots, \beta_\kappa)}$ ,  $\beta_j = 1, 2, \dots, w_j, j = 1, 2, \dots, \kappa$ , są długoterminowymi proporcjami czasów pobytu łącznego procesu zmian pogodowych w poszczególnych stanach pogodowych  $\bar{c}_{(\beta_1, \beta_2, \dots, \beta_\kappa)}$ ,  $\beta_j = 1, 2, \dots, w_j, j = 1, 2, \dots, \kappa$ .

## 5.2. Bezpieczeństwo infrastruktury krytycznej w zmiennych warunkach pogodowych

### 5.2.1. Model wpływu procesu zmian pogodowych

Zakładamy, że na pojedynczy element infrastruktury krytycznej  $A_i$ ,  $i = 1, 2, \dots, n$ , może wpływać jedynie jeden proces zmian pogodowych  $C_j(t)$ ,  $t \geq 0$ ,  $j = 1, 2, \dots, \kappa$ , i każdy proces zmian pogodowych  $C_j(t)$ ,  $t \geq 0$ ,  $j = 1, 2, \dots, \kappa$ , ma wpływ na conajmniej jeden element  $A_i$ ,  $i = 1, 2, \dots, n$ . Aby oszacować bezpieczeństwo infrastruktury krytycznej uwzględniając zmienne warunki pogodowe, należy ustalić skalę negatywnego wpływu procesów zmian pogodowych  $C_j(t)$ ,  $t \geq 0$ ,  $j = 1, 2, \dots, \kappa$ , na elementy  $A_i$ ,  $i = 1, 2, \dots, n$ , infrastruktury krytycznej wyrażoną w postaci współczynników wpływu

$$[\rho_j^2(u)]^{(\beta_j)}, [\rho_j^2(u)]^{(\beta_j)} \geq 1, \beta_j = 1, 2, \dots, w_j, j = 1, 2, \dots, \kappa, u = 1, 2, \dots, z, \quad (32)$$

$$i = 1, 2, \dots, n,$$

procesów zmian pogodowych  $C_j(t)$ ,  $t \geq 0$ ,  $j = 1, 2, \dots, \kappa$ , w stanach pogodowych  $c_{j\beta_j}$ ,  $\beta_j = 1, 2, \dots, w_j$ , na intensywności starzenia się tych elementów  $A_i$ ,  $i = 1, 2, \dots, n$ .

Wtedy, wartości współczynników wpływu łącznego procesu zmian pogodowych  $\bar{C}(t)$ ,  $t \geq 0$ , znajdującego się w stanach pogodowych  $\bar{c}(\beta_1, \beta_2, \dots, \beta_\kappa)$ ,  $\beta_j = 1, 2, \dots, w_j$ ,  $j = 1, 2, \dots, \kappa$ , na intensywności starzenia się poszczególnych elementów  $A_i$ ,  $i = 1, 2, \dots, n$ , są dane przez

$$[\bar{\rho}^2_i(u)]^{(\beta_1, \beta_2, \dots, \beta_\kappa)} = [\rho^{1^2}_i(u)]^{(\beta_1)} \cdot [\rho^{2^2}_i(u)]^{(\beta_2)} \cdot \dots \cdot [\rho^{\kappa^2}_i(u)]^{(\beta_\kappa)}, \quad (33)$$

$\beta_j = 1, 2, \dots, w_j$ ,  $j = 1, 2, \dots, \kappa$ ,  $u = 1, 2, \dots, z$ ,  $i = 1, 2, \dots, n$ .

Oznaczamy przez  $[T^2_i(u)]^{(\beta_1, \beta_2, \dots, \beta_\kappa)}$ ,  $u = 1, 2, \dots, z$ ,  $i = 1, 2, \dots, n$ ,  $\beta_j = 1, 2, \dots, w_j$ ,  $j = 1, 2, \dots, \kappa$ , warunkowy czas przebywania elementu  $A_i$  w podzbiorze stanów bezpieczeństwa  $\{u, u + 1, \dots, z\}$  podczas gdy łączny proces zmian pogodowych  $\bar{C}(t)$ ,  $t \geq 0$ , znajduje się w stanie pogodowym  $\bar{c}(\beta_1, \beta_2, \dots, \beta_\kappa)$ . Zakładamy, że współrzędne wektora

$$[S^2_i(t, \cdot)]^{(\beta_1, \beta_2, \dots, \beta_\kappa)} = [1, [S^2_i(t, 1)]^{(\beta_1, \beta_2, \dots, \beta_\kappa)}, \dots, [S^2_i(t, z)]^{(\beta_1, \beta_2, \dots, \beta_\kappa)}], \quad (34)$$

$t \geq 0$ ,  $i = 1, 2, \dots, n$ ,  $\beta_j = 1, 2, \dots, w_j$ ,  $j = 1, 2, \dots, \kappa$ ,

funkcji bezpieczeństwa elementów infrastruktury krytycznej  $A_i$ ,  $i = 1, 2, \dots, n$ , są wykładnicze oraz dane przez

$$[S^2_i(t, u)]^{(\beta_1, \beta_2, \dots, \beta_\kappa)} = P([T^2_i(u)]^{(\beta_1, \beta_2, \dots, \beta_\kappa)} > t \mid \bar{C}(t) = \bar{c}(\beta_1, \beta_2, \dots, \beta_\kappa)) \quad (35)$$

$$= \exp[-[\lambda^2_i(u)]^{(\beta_1, \beta_2, \dots, \beta_\kappa)} t] = \exp[-[\bar{\rho}^2_i(u)]^{(\beta_1, \beta_2, \dots, \beta_\kappa)} \lambda^0_i(u)t], \quad u = 1, 2, \dots, z, t \geq 0,$$

$i = 1, 2, \dots, n$ ,  $\beta_j = 1, 2, \dots, w_j$ ,  $j = 1, 2, \dots, \kappa$ ,

gdzie

$$[\lambda^2_i(u)]^{(\beta_1, \beta_2, \dots, \beta_\kappa)} = [\bar{\rho}^2_i(u)]^{(\beta_1, \beta_2, \dots, \beta_\kappa)} \cdot \lambda^0_i(u), \quad i = 1, 2, \dots, n, \beta_j = 1, 2, \dots, w_j, \quad (36)$$

$j = 1, 2, \dots, \kappa$ ,  $u = 1, 2, \dots, z$ ,

są intensywnościami starzenia się elementów  $A_i$ ,  $i = 1, 2, \dots, n$ , uwzględniającymi wpływ łącznego procesu zmian pogodowych,  $\lambda^0_i(u)$ ,  $u = 1, 2, \dots, z$ ,  $i = 1, 2, \dots, n$ , są intensywnościami starzenia się elementów  $A_i$ ,  $i = 1, 2, \dots, n$ , bez uwzględnienia wpływu łącznego procesu zmian pogodowych oraz  $[\rho^2_i(u)]^{(\beta_1, \beta_2, \dots, \beta_\kappa)}$ ,  $u = 1, 2, \dots, z$ ,  $i = 1, 2, \dots, n$ ,  $\beta_j = 1, 2, \dots, w_j$ ,  $j = 1, 2, \dots, \kappa$ , są wartościami współczynników wpływu łącznego procesu zmian pogodowych  $\bar{C}(t)$ ,  $t \geq 0$ , w stanach pogodowych  $\bar{c}(\beta_1, \beta_2, \dots, \beta_\kappa)$ ,  $\beta_j = 1, 2, \dots, w_j$ ,  $j = 1, 2, \dots, \kappa$ , na intensywności starzenia się elementów  $A_i$ ,  $i = 1, 2, \dots, n$ .

## 5.2.2. Wskaźniki bezpieczeństwa infrastruktury krytycznej w zmiennych warunkach pogodowych

Oznaczamy przez  $[T^2(u)]^{(\beta_1, \beta_2, \dots, \beta_\kappa)}$ ,  $u = 1, 2, \dots, z$ ,  $\beta_j = 1, 2, \dots, w_j$ ,  $j = 1, 2, \dots, \kappa$ , warunkowy czas przebywania infrastruktury krytycznej w podzbiorze stanów bezpieczeństwa  $\{u, u + 1, \dots, z\}$  podczas gdy łączny proces zmian pogodowych  $\bar{C}(t)$ ,  $t \geq 0$ , znajduje się w stanie pogodowym  $\bar{c}(\beta_1, \beta_2, \dots, \beta_\kappa)$  oraz przez wektor

$$[S^2(t, \cdot)]^{(\beta_1, \beta_2, \dots, \beta_\kappa)} = [1, [S^2(t, 1)]^{(\beta_1, \beta_2, \dots, \beta_\kappa)}, \dots, [S^2(t, z)]^{(\beta_1, \beta_2, \dots, \beta_\kappa)}], \quad (37)$$

$t \geq 0$ ,  $\beta_j = 1, 2, \dots, w_j$ ,  $j = 1, 2, \dots, \kappa$ ,

warunkową funkcję bezpieczeństwa infrastruktury krytycznej w zmiennych warunkach pogodowych, gdzie

$$[\mathbf{S}^2(t, u)]^{(\beta_1, \beta_2, \dots, \beta_\kappa)} = P([T^2(u)]^{(\beta_1, \beta_2, \dots, \beta_\kappa)} > t \mid \bar{C}(t) = \bar{c}^{(\beta_1, \beta_2, \dots, \beta_\kappa)}) \quad (38)$$

dla  $t \geq 0$ ,  $\beta_j = 1, 2, \dots, w_j, j = 1, 2, \dots, \kappa$ ,  $u = 1, 2, \dots, z$ .

Oznaczamy przez  $T^2(u)$ ,  $u = 1, 2, \dots, z$ , bezwarunkowy czas przebywania infrastruktury krytycznej w zmiennych warunkach pogodowych w podzbiorze stanów bezpieczeństwa  $\{u, u + 1, \dots, z\}$  oraz przez wektor

$$\mathbf{S}^2(t, \cdot) = [1, \mathbf{S}^2(t, 1), \dots, \mathbf{S}^2(t, z)], t \geq 0, \quad (39)$$

bezwarunkową funkcję bezpieczeństwa infrastruktury krytycznej (**SafII**) w zmiennych warunkach pogodowych, gdzie

$$\mathbf{S}^2(t, u) = P(T^2(u) > t) \text{ dla } t \geq 0, u = 1, 2, \dots, z. \quad (40)$$

W przypadku, gdy czas eksploatacji infrastruktury krytycznej  $C$  jest dostatecznie duży, współrzędne bezwarunkowej funkcji bezpieczeństwa infrastruktury krytycznej, na którą wpływa łączny proces zmian pogodowych  $\bar{C}(t)$ ,  $t \geq 0$ , zdefiniowane przez (40), mogą zostać oszacowane przez

$$\mathbf{S}^2(t, u) \cong \sum_{\beta_1=1}^{w_1} \sum_{\beta_2=1}^{w_2} \dots \sum_{\beta_\kappa=1}^{w_\kappa} q_{1\beta_1} \cdot q_{2\beta_2} \cdot \dots \cdot q_{\kappa\beta_\kappa} [\mathbf{S}^2(t, u)]^{(\beta_1, \beta_2, \dots, \beta_\kappa)}, t \geq 0, u = 1, 2, \dots, z, \quad (41)$$

gdzie  $[\mathbf{S}^2(t, u)]^{(\beta_1, \beta_2, \dots, \beta_\kappa)}$ ,  $t \geq 0$ ,  $u = 1, 2, \dots, z$ ,  $\beta_j = 1, 2, \dots, w_j, j = 1, 2, \dots, \kappa$ , są współrzędnymi warunkowej funkcji bezpieczeństwa infrastruktury krytycznej w zmiennych warunkach pogodowych zdefiniowanymi przez (37)-(38) oraz  $q_{j\beta_j}$ ,  $\beta_j = 1, 2, \dots, w_j, j = 1, 2, \dots, \kappa$ , są wartościami granicznymi chwilowych prawdopodobieństw przebywania procesów pogodowych  $C_j(t)$ ,  $j = 1, 2, \dots, \kappa$ ,  $t \geq 0$ , w poszczególnych stanach pogodowych  $c_{j\beta_j}$ ,  $\beta_j = 1, 2, \dots, w_j, j = 1, 2, \dots, \kappa$ .

Praktycznie użytecznymi charakterystykami bezpieczeństwa infrastruktury krytycznej uwzględniającej wpływ łącznego procesu zmian pogodowych  $\bar{C}(t)$ ,  $t \geq 0$ , są:

- wartości średnie czasów przebywania infrastruktury krytycznej w podzbiorach stanów bezpieczeństwa  $\{u, u + 1, \dots, z\}$ ,  $u = 1, 2, \dots, z$ , dane przez

$$\boldsymbol{\mu}^2(u) = \int_0^\infty \mathbf{S}^2(t, u) dt \cong \sum_{\beta_1=1}^{w_1} \sum_{\beta_2=1}^{w_2} \dots \sum_{\beta_\kappa=1}^{w_\kappa} q_{1\beta_1} \cdot q_{2\beta_2} \cdot \dots \cdot q_{\kappa\beta_\kappa} [\boldsymbol{\mu}^2(u)]^{(\beta_1, \beta_2, \dots, \beta_\kappa)}, u = 1, 2, \dots, z, \quad (42)$$

gdzie  $[\boldsymbol{\mu}^2(u)]^{(\beta_1, \beta_2, \dots, \beta_\kappa)}$ ,  $u = 1, 2, \dots, z$ ,  $\beta_j = 1, 2, \dots, w_j, j = 1, 2, \dots, \kappa$ , są wartościami średnimi warunkowych czasów  $[T^2(u)]^{(\beta_1, \beta_2, \dots, \beta_\kappa)}$ ,  $u = 1, 2, \dots, z$ ,  $\beta_j = 1, 2, \dots, w_j, j = 1, 2, \dots, \kappa$ , przebywania infrastruktury krytycznej w podzbiorach stanów bezpieczeństwa  $\{u, u + 1, \dots, z\}$ ,  $u = 1, 2, \dots, z$ , w stanach pogodowych  $\bar{c}^{(\beta_1, \beta_2, \dots, \beta_\kappa)}$ ,  $\beta_j = 1, 2, \dots, w_j, j = 1, 2, \dots, \kappa$ , danymi przez

$$[\boldsymbol{\mu}^2(u)]^{(\beta_1, \beta_2, \dots, \beta_\kappa)} = \int_0^\infty [\mathbf{S}^2(t, u)]^{(\beta_1, \beta_2, \dots, \beta_\kappa)} dt, u = 1, 2, \dots, z, \beta_j = 1, 2, \dots, w_j, j = 1, 2, \dots, \kappa, \quad (43)$$

oraz  $[\mathbf{S}^2(t, u)]^{(\beta_1, \beta_2, \dots, \beta_\kappa)}$ ,  $t \geq 0$ ,  $u = 1, 2, \dots, z$ ,  $\beta_j = 1, 2, \dots, w_j, j = 1, 2, \dots, \kappa$ , są zdefiniowane przez (37)-(38) oraz  $q_{j\beta_j}$ ,  $\beta_j = 1, 2, \dots, w_j, j = 1, 2, \dots, \kappa$ , są wartościami granicznymi chwilowych



prawdopodobieństw przebywania procesów pogodowych  $C_j(t)$ ,  $j = 1, 2, \dots, \kappa$ ,  $t \geq 0$ , w poszczególnych stanach pogodowych  $c_{j\beta_j}$ ,  $\beta_j = 1, 2, \dots, w_j$ ,  $j = 1, 2, \dots, \kappa$ ;

- odchylenia standardowe  $\sigma^2(u)$ ,  $u = 1, 2, \dots, z$ , czasów przebywania infrastruktury krytycznej w podzbiorach stanów bezpieczeństwa  $\{u, u + 1, \dots, z\}$ ,  $u = 1, 2, \dots, z$ , (wyznaczone podobnie jak w przypadku infrastruktury krytycznej wolnej od wpływów procesów zewnętrznych);

- wartości średnie  $\bar{\mu}^2(u)$ ,  $u = 1, 2, \dots, z$ , czasów przebywania infrastruktury krytycznej w poszczególnych stanach bezpieczeństwa (również wyznaczone podobnie jak w przypadku infrastruktury krytycznej wolnej od wpływów procesów zewnętrznych).

Ponadto, następujące wskaźniki bezpieczeństwa (**SafI2**)-(**SafI8**) i odporności (**ResI1**)-(**ResI3**) wyznacza się podobnie jak w przypadku infrastruktury krytycznej, na którą wpływa jej proces eksploatacji:

- funkcja ryzyka  $r^2(t)$ ,  $t \geq 0$ , infrastruktury krytycznej (**SafI2**);

- krzywa wrażliwości infrastruktury krytycznej (**SafI3**);

- wartość średnia  $\mu^2(r)$  czasu  $T^2(r)$  do przekroczenia przez infrastrukturę krytyczną stanu krytycznego  $r$  (**SafI4**);

- odchylenie standardowe  $\sigma^2(r)$  czasu  $T^2(r)$  do przekroczenia przez infrastrukturę krytyczną stanu krytycznego  $r$  (**SafI5**);

- moment  $\tau^2$  przekroczenia akceptowalnej wartości funkcji ryzyka infrastruktury krytycznej  $\delta$ ,  $\delta \in < 0, 1 >$  (**SafI6**);

- intensywności  $\lambda^2(t, u)$ ,  $t \geq 0$ ,  $u = 1, 2, \dots, z$ , starzenia się infrastruktury krytycznej (**SafI7**);

- współczynniki wpływu łącznego procesu zmian pogodowych  $\bar{C}(t)$ ,  $t \geq 0$ , na intensywności starzenia się (degradacji) infrastruktury krytycznej (**SafI8**);

- wskaźnik  $RI^2(t)$ ,  $t \geq 0$ , odporności infrastruktury krytycznej na wpływ łącznego procesu zmian pogodowych (**ResI1**);

- wartość graniczna  $RI2^2$  wskaźnika odporności infrastruktury krytycznej na wpływ łącznego procesu zmian pogodowych (**ResI2**);

- oszacowana wartość średnia  $RI3^2$  wskaźnika odporności infrastruktury krytycznej na wpływ łącznego procesu zmian pogodowych (**ResI3**).

## 6. Model bezpieczeństwa infrastruktury krytycznej w zmiennych warunkach eksploatacyjnych i pogodowych

### 6.1. Proces eksploatacyjny uwzględniający zmiany pogodowe

#### 6.1.1. Parametry procesu eksploatacyjnego uwzględniającego zmiany pogodowe

Zakładając, że proces eksploatacji infrastruktury krytycznej  $Z(t)$ ,  $t \geq 0$ , oraz łączny proces zmian pogodowych  $\bar{C}(t)$  są niezależne, wprowadzamy łączny proces eksploatacji infrastruktury krytycznej i zmian pogodowych nazywany łącznym procesem eksploatacji uwzględniającym zmiany pogodowe, który oznaczamy przez  $Z\bar{C}(t)$ ,  $t \geq 0$ . Zakładamy, że łączny proces eksploatacji uwzględniający zmiany pogodowe  $Z\bar{C}(t)$ ,  $t \geq 0$ , przyjmuje  $\eta$ ,  $\eta \in N$ ,

$$\eta = v \cdot \bar{w} = v \cdot w_1 \cdot w_2 \cdot \dots \cdot w_\kappa,$$

różnych stanów eksploatacyjnych i pogodowych  $z\bar{c}_{b, (\beta_1, \beta_2, \dots, \beta_\kappa)}$ ,  $b = 1, 2, \dots, v$ ,  $\beta_j = 1, 2, \dots, w_j$ ,  $j = 1, 2, \dots, \kappa$ , gdzie  $v$  jest liczbą stanów procesu eksploatacji  $Z(t)$ ,  $\bar{w}$  jest liczbą stanów łącznego procesu zmian pogodowych  $\bar{C}(t)$ ,  $t \geq 0$ , oraz  $w_j$ ,  $j = 1, 2, \dots, \kappa$ , są liczbami stanów procesów zmian pogodowych  $C_j(t)$ ,  $t \geq 0$ ,  $j = 1, 2, \dots, \kappa$ .

Zakładamy, że łączny proces eksploatacji uwzględniający zmiany pogodowe  $Z\bar{C}(t)$ ,  $t \geq 0$ , w chwili  $t \geq 0$ , znajduje się w stanie  $z\bar{c}_{b, (\beta_1, \beta_2, \dots, \beta_\kappa)}$ ,  $b = 1, 2, \dots, v$ ,  $\beta_j = 1, 2, \dots, w_j$ ,  $j = 1, 2, \dots, \kappa$ , wtedy i tylko wtedy, gdy proces eksploatacji  $Z(t)$  znajduje się w stanie eksploatacyjnym  $z_b$  oraz łączny proces zmian pogodowych  $\bar{C}(t)$  znajduje się w stanie pogodowym  $\bar{c}_{(\beta_1, \beta_2, \dots, \beta_\kappa)}$  w tej chwili  $t$  (procesy zmian pogodowych  $C_j(t)$ ,  $j = 1, 2, \dots, \kappa$ , znajdują się odpowiednio w stanach pogodowych  $c_{1\beta_1}, c_{2\beta_2}, \dots, c_{\kappa\beta_\kappa}$ ). Tę zależność oznaczamy przez:

$$\begin{aligned} Z\bar{C}(t) = z\bar{c}_{b, (\beta_1, \beta_2, \dots, \beta_\kappa)} &\Leftrightarrow Z(t) = z_b, \bar{C}(t) = \bar{c}_{(\beta_1, \beta_2, \dots, \beta_\kappa)} \\ &\Leftrightarrow \\ Z(t) = z_b, C_1(t) = c_{1\beta_1}, C_2(t) = c_{2\beta_2}, \dots, C_\kappa(t) = c_{\kappa\beta_\kappa}, \end{aligned}$$

dla  $t \geq 0$ ,  $b = 1, 2, \dots, v$ ,  $\beta_j = 1, 2, \dots, w_j$ ,  $j = 1, 2, \dots, \kappa$ .

Podobnie jak w przypadku procesu eksploatacji oraz w przypadku łącznego procesu zmian pogodowych, łączny proces eksploatacji uwzględniający zmiany pogodowe  $Z\bar{C}(t)$ ,  $t \geq 0$ , może zostać opisany przez:

- wektor  $[p\bar{q}_{b, (\beta_1, \beta_2, \dots, \beta_\kappa)}(0)]_{b=1, 2, \dots, v, \beta_j=1, 2, \dots, w_j, j=1, 2, \dots, \kappa}$  prawdopodobieństw początkowych

$$\begin{aligned} p\bar{q}_{b, (\beta_1, \beta_2, \dots, \beta_\kappa)}(0) &= P(Z\bar{C}(0) = z\bar{c}_{b, (\beta_1, \beta_2, \dots, \beta_\kappa)}) \\ &= p_b(0) \cdot q_{1\beta_1}(0) \cdot q_{2\beta_2}(0) \cdot \dots \cdot q_{\kappa\beta_\kappa}(0), \quad b = 1, 2, \dots, v, \beta_j = 1, 2, \dots, w_j, j = 1, 2, \dots, \kappa, \end{aligned}$$

procesu  $Z\bar{C}(t)$ ,  $t \geq 0$ , przebywającego w poszczególnych stanach eksploatacyjnych i pogodowych w chwili początkowej  $t = 0$ ;

- macierz  $[p\bar{q}_{b, (\beta_1, \beta_2, \dots, \beta_\kappa); \tilde{b}, (\tilde{\beta}_1, \tilde{\beta}_2, \dots, \tilde{\beta}_\kappa)}]_{b, \tilde{b}=1, 2, \dots, v, \beta_j, \tilde{\beta}_j=1, 2, \dots, w_j, j=1, 2, \dots, \kappa}$  prawdopodobieństw przejść

$$\begin{aligned} p\bar{q}_{b, (\beta_1, \beta_2, \dots, \beta_\kappa); \tilde{b}, (\tilde{\beta}_1, \tilde{\beta}_2, \dots, \tilde{\beta}_\kappa)} &= P_{b \tilde{b}} \cdot \bar{q}_{(\beta_1, \beta_2, \dots, \beta_\kappa)(\tilde{\beta}_1, \tilde{\beta}_2, \dots, \tilde{\beta}_\kappa)} = P_{b \tilde{b}} \cdot q_{\beta_1 \tilde{\beta}_1} \cdot q_{\beta_2 \tilde{\beta}_2} \cdot \dots \cdot q_{\beta_\kappa \tilde{\beta}_\kappa}, \\ b, \tilde{b} = 1, 2, \dots, v, \beta_j, \tilde{\beta}_j = 1, 2, \dots, w_j, j = 1, 2, \dots, \kappa, \end{aligned}$$

między stanami eksploatacyjnymi i pogodowymi  $z\bar{c}_{b, (\beta_1, \beta_2, \dots, \beta_\kappa)}$ ,  $b = 1, 2, \dots, v$ ,  $\beta_j = 1, 2, \dots, w_j$ ,  $j = 1, 2, \dots, \kappa$ , oraz  $z\bar{c}_{\tilde{b}, (\tilde{\beta}_1, \tilde{\beta}_2, \dots, \tilde{\beta}_\kappa)}$ ,  $\tilde{b} = 1, 2, \dots, v$ ,  $\tilde{\beta}_j = 1, 2, \dots, w_j$ ,  $j = 1, 2, \dots, \kappa$ ;

- macierz  $[H\bar{C}_{b, (\beta_1, \beta_2, \dots, \beta_\kappa); \tilde{b}, (\tilde{\beta}_1, \tilde{\beta}_2, \dots, \tilde{\beta}_\kappa)}(t)]_{b, \tilde{b}=1, 2, \dots, v, \beta_j, \tilde{\beta}_j=1, 2, \dots, w_j, j=1, 2, \dots, \kappa}$ ,  $t \geq 0$ , warunkowych dystrybuant

$$\begin{aligned} H\bar{C}_{b, (\beta_1, \beta_2, \dots, \beta_\kappa); \tilde{b}, (\tilde{\beta}_1, \tilde{\beta}_2, \dots, \tilde{\beta}_\kappa)}(t) &= P(\theta\bar{C}_{b, (\beta_1, \beta_2, \dots, \beta_\kappa); \tilde{b}, (\tilde{\beta}_1, \tilde{\beta}_2, \dots, \tilde{\beta}_\kappa)} < t) \\ &= H_{b\tilde{b}}(t) \cdot \bar{C}_{(\beta_1, \beta_2, \dots, \beta_\kappa)(\tilde{\beta}_1, \tilde{\beta}_2, \dots, \tilde{\beta}_\kappa)}(t) = H_{b\tilde{b}}(t) \cdot C_{1\beta_1 \tilde{\beta}_1}(t) \cdot C_{2\beta_2 \tilde{\beta}_2}(t) \cdot \dots \cdot C_{\kappa\beta_\kappa \tilde{\beta}_\kappa}(t), \\ t \geq 0, b, \tilde{b} = 1, 2, \dots, v, \beta_j, \tilde{\beta}_j = 1, 2, \dots, w_j, j = 1, 2, \dots, \kappa, \end{aligned}$$

warunkowych czasów  $\theta\bar{C}_{b, (\beta_1, \beta_2, \dots, \beta_\kappa); \tilde{b}, (\tilde{\beta}_1, \tilde{\beta}_2, \dots, \tilde{\beta}_\kappa)}$ ,  $b, \tilde{b} = 1, 2, \dots, v$ ,  $\beta_j, \tilde{\beta}_j = 1, 2, \dots, w_j$ ,  $j = 1, 2, \dots, \kappa$ , przebywania łącznego procesu eksploatacji uwzględniającego zmiany pogodowe  $Z\bar{C}(t)$ ,  $t \geq 0$ , w poszczególnych stanach eksploatacyjnych i pogodowych;

- macierz  $[h\bar{c}_{b, (\beta_1, \beta_2, \dots, \beta_\kappa); \tilde{b}, (\tilde{\beta}_1, \tilde{\beta}_2, \dots, \tilde{\beta}_\kappa)}(t)]_{b, \tilde{b}=1, 2, \dots, v, \beta_j, \tilde{\beta}_j=1, 2, \dots, w_j, j=1, 2, \dots, \kappa}$ ,  $t \geq 0$ , warunkowych gęstości

$$\begin{aligned}
h\bar{c}_{b,(\beta_1,\beta_2,\dots,\beta_\kappa);\tilde{b},(\tilde{\beta}_1,\tilde{\beta}_2,\dots,\tilde{\beta}_\kappa)}(t) &= \frac{d}{dt}[HC_{b,(\beta_1,\beta_2,\dots,\beta_\kappa);\tilde{b},(\tilde{\beta}_1,\tilde{\beta}_2,\dots,\tilde{\beta}_\kappa)}(t)] \\
&= \frac{d}{dt}[H_{b\tilde{b}}(t) \cdot \bar{C}_{(\beta_1,\beta_2,\dots,\beta_\kappa)(\tilde{\beta}_1,\tilde{\beta}_2,\dots,\tilde{\beta}_\kappa)}(t)] = \\
&= h_{b\tilde{b}}(t) \cdot C1_{\beta_1\tilde{\beta}_1}(t) \cdot C2_{\beta_2\tilde{\beta}_2}(t) \cdot \dots \cdot C\kappa_{\beta_\kappa\tilde{\beta}_\kappa}(t) \\
&+ H_{b\tilde{b}}(t) \cdot (c1_{\beta_1\tilde{\beta}_1}(t) \cdot C2_{\beta_2\tilde{\beta}_2}(t) \cdot \dots \cdot C\kappa_{\beta_\kappa\tilde{\beta}_\kappa}(t) + C1_{\beta_1\tilde{\beta}_1}(t) \cdot c2_{\beta_2\tilde{\beta}_2}(t) \cdot \dots \cdot C\kappa_{\beta_\kappa\tilde{\beta}_\kappa}(t) \\
&+ \dots + C1_{\beta_1\tilde{\beta}_1}(t) \cdot C2_{\beta_2\tilde{\beta}_2}(t) \cdot \dots \cdot c\kappa_{\beta_\kappa\tilde{\beta}_\kappa}(t)), t \geq 0, \\
b, \tilde{b} &= 1,2,\dots, v, \beta_j, \tilde{\beta}_j = 1,2,\dots, w_j, j = 1,2,\dots, \kappa,
\end{aligned}$$

warunkowych czasów  $\theta\bar{C}_{b,(\beta_1,\beta_2,\dots,\beta_\kappa);\tilde{b},(\tilde{\beta}_1,\tilde{\beta}_2,\dots,\tilde{\beta}_\kappa)}$ ,  $b, \tilde{b} = 1,2,\dots, v, \beta_j, \tilde{\beta}_j = 1,2,\dots, w_j, j = 1,2,\dots, \kappa$ , przebywania łącznego procesu eksploatacji uwzględniającego zmiany pogodowe  $Z\bar{C}(t), t \geq 0$ , w poszczególnych stanach eksploatacyjnych i pogodowych.

### 6.1.2. Charakterystyki procesu eksploatacyjnego uwzględniającego zmiany pogodowe

Przy założeniach z poprzedniego podrozdziału, po zidentyfikowaniu zdefiniowanych tam parametrów łącznego procesu eksploatacji uwzględniającego zmiany pogodowe  $Z\bar{C}(t), t \geq 0$ , można wyznaczyć główne charakterystyki tego procesu, a mianowicie:

- wartości średnie  $M\bar{N}_{b,(\beta_1,\beta_2,\dots,\beta_\kappa);\tilde{b},(\tilde{\beta}_1,\tilde{\beta}_2,\dots,\tilde{\beta}_\kappa)}, t \geq 0, b, \tilde{b} = 1,2,\dots, v, \beta_j, \tilde{\beta}_j = 1,2,\dots, w_j, j = 1,2,\dots, \kappa$ , warunkowych czasów przebywania łącznego procesu eksploatacji uwzględniającego zmiany pogodowe w poszczególnych stanach eksploatacyjnych i pogodowych;
- bezwarunkowe dystrybuanty  $HC_{b,(\beta_1,\beta_2,\dots,\beta_\kappa)}(t), t \geq 0, b = 1,2,\dots, v, \beta_j = 1,2,\dots, w_j, j = 1,2,\dots, \kappa$ , czasów  $\theta\bar{C}_{b,(\beta_1,\beta_2,\dots,\beta_\kappa);\tilde{b},(\tilde{\beta}_1,\tilde{\beta}_2,\dots,\tilde{\beta}_\kappa)}$ ,  $b, \tilde{b} = 1,2,\dots, v, \beta_j, \tilde{\beta}_j = 1,2,\dots, w_j, j = 1,2,\dots, \kappa$ , przebywania łącznego procesu eksploatacji uwzględniającego zmiany pogodowe w poszczególnych stanach eksploatacyjnych i pogodowych;
- wartości średnie  $M\bar{N}_{b,(\beta_1,\beta_2,\dots,\beta_\kappa)}, t \geq 0, b = 1,2,\dots, v, \beta_j = 1,2,\dots, w_j, j = 1,2,\dots, \kappa$ , bezwarunkowych czasów przebywania łącznego procesu eksploatacji uwzględniającego zmiany pogodowe w poszczególnych stanach eksploatacyjnych i pogodowych;
- wartości graniczne

$$p\bar{q}_{b,(\beta_1,\beta_2,\dots,\beta_\kappa)} = P_b \cdot \bar{q}_{(\beta_1,\beta_2,\dots,\beta_\kappa)}, b = 1,2,\dots,v, \beta_j = 1,2,\dots, w_j, j = 1,2,\dots, \kappa, \quad (44)$$

prawdopodobieństw chwilowych przebywania łącznego procesu eksploatacji uwzględniającego zmiany pogodowe w poszczególnych stanach eksploatacyjnych i pogodowych.

W przypadku okresowości procesów zmian pogodowych  $C_j(t), t \geq 0, j = 1,2,\dots, \kappa$ , oraz procesu eksploatacji infrastruktury krytycznej  $Z(t), t \geq 0$ , wartości graniczne prawdopodobieństw

chwilowych  $p\bar{q}_{b,(\beta_1,\beta_2,\dots,\beta_\kappa)}$ ,  $b = 1,2,\dots,v$ ,  $\beta_j = 1,2,\dots,w_j$ ,  $j = 1,2,\dots,\kappa$ , są długoterminowymi proporcjami czasów pobytu łącznego procesu eksploatacji uwzględniającego zmiany pogodowe w poszczególnych stanach eksploatacyjnych i pogodowych  $z\bar{C}_{b,(\beta_1,\beta_2,\dots,\beta_\kappa)}$ ,  $b = 1,2,\dots,v$ ,  $\beta_j = 1,2,\dots,w_j$ ,  $j = 1,2,\dots,\kappa$ .

## 6.2. Bezpieczeństwo infrastruktury krytycznej w zmiennych warunkach eksploatacyjnych i pogodowych

### 6.2.1. Model wpływu procesu eksploatacyjnego uwzględniającego zmiany pogodowe

Aby oszacować bezpieczeństwo infrastruktury krytycznej uwzględniając wpływ łącznego procesu eksploatacji uwzględniającego zmiany pogodowe, należy ustalić skalę negatywnego wpływu procesu eksploatacji  $Z(t)$ ,  $t \geq 0$ , na elementy  $A_i$ ,  $i = 1,2,\dots,n$ , infrastruktury krytycznej wyrażoną w postaci współczynników wpływu

$$[\rho^1_i(u)]^{(b)}, [\rho^1_i(u)]^{(b)} \geq 1, u = 1,2,\dots,z, i = 1,2,\dots,n, b = 1,2,\dots,v, \quad (45)$$

procesu eksploatacji  $Z(t)$ ,  $t \geq 0$ , w stanach eksploatacyjnych  $z_b$ ,  $b = 1,2,\dots,v$ , na intensywności starzenia się tych elementów  $A_i$ ,  $i = 1,2,\dots,n$ , oraz ustalić skalę negatywnego wpływu procesów zmian pogodowych  $C_j(t)$ ,  $t \geq 0$ ,  $j = 1,2,\dots,\kappa$ , na elementy  $A_i$ ,  $i = 1,2,\dots,n$ , infrastruktury krytycznej wyrażoną w postaci współczynników wpływu

$$[\rho^2_i(u)]^{(\beta_j)}, [\rho^2_i(u)]^{(\beta_j)} \geq 1, \beta_j = 1,2,\dots,w_j, j = 1,2,\dots,\kappa, u = 1,2,\dots,z, i = 1,2,\dots,n, \quad (46)$$

procesów zmian pogodowych  $C_j(t)$ ,  $t \geq 0$ ,  $j = 1,2,\dots,\kappa$ , w stanach pogodowych  $c_{j\beta_j}$ ,  $\beta_j = 1,2,\dots,w_j$ , na intensywności starzenia się tych elementów  $A_i$ ,  $i = 1,2,\dots,n$ .

Wtedy, wartości współczynników wpływu łącznego procesu eksploatacji uwzględniającego zmiany pogodowe  $Z\bar{C}(t)$ ,  $t \geq 0$ , na intensywności starzenia się elementów  $A_i$ ,  $i = 1,2,\dots,n$ , w stanach eksploatacyjnych i pogodowych  $z\bar{C}_{b,(\beta_1,\beta_2,\dots,\beta_\kappa)}$ ,  $b = 1,2,\dots,v$ ,  $\beta_j = 1,2,\dots,w_j$ ,  $j = 1,2,\dots,\kappa$ , są równe

$$[\rho^3_i(u)]^{b,(\beta_1,\beta_2,\dots,\beta_\kappa)} = [\rho^1_i(u)]^{(b)} \cdot [\rho^2_i(u)]^{(\beta_1,\beta_2,\dots,\beta_\kappa)} \quad (47)$$

$$= [\rho^1_i(u)]^{(b)} \cdot [\rho^{1^2}_i(u)]^{(\beta_1)} \cdot [\rho^{2^2}_i(u)]^{(\beta_2)} \cdot \dots \cdot [\rho^{\kappa^2}_i(u)]^{(\beta_\kappa)}$$

dla  $b = 1,2,\dots,v$ ,  $\beta_j = 1,2,\dots,w_j$ ,  $j = 1,2,\dots,\kappa$ ,  $u = 1,2,\dots,z$ ,  $i = 1,2,\dots,n$ .

Oznaczamy przez  $[T^3_i(u)]^{b,(\beta_1,\beta_2,\dots,\beta_\kappa)}$ ,  $u = 1,2,\dots,z$ ,  $i = 1,2,\dots,n$ ,  $b = 1,2,\dots,v$ ,  $\beta_j = 1,2,\dots,w_j$ ,  $j = 1,2,\dots,\kappa$ , warunkowy czas przebywania elementu  $A_i$  w podzbiorze stanów bezpieczeństwa  $\{u, u+1, \dots, z\}$  podczas gdy łączny proces  $Z\bar{C}(t)$ ,  $t \geq 0$ , znajduje się w stanie eksploatacyjnym i pogodowym  $z\bar{C}_{b,(\beta_1,\beta_2,\dots,\beta_\kappa)}$ . Zakładamy, że współrzędne wektora

$$[S^3_i(t, \cdot)]^{b,(\beta_1,\beta_2,\dots,\beta_\kappa)} = [1, [S^3_i(t, 1)]^{b,(\beta_1,\beta_2,\dots,\beta_\kappa)}, \dots, [S^3_i(t, z)]^{b,(\beta_1,\beta_2,\dots,\beta_\kappa)}], \quad (48)$$

$$t \geq 0, i = 1,2,\dots,n, b = 1,2,\dots,v, \beta_j = 1,2,\dots,w_j, j = 1,2,\dots,\kappa,$$

funkcji bezpieczeństwa elementów infrastruktury krytycznej  $A_i$ ,  $i = 1,2,\dots,n$ , są wykładnicze oraz dane przez

$$\begin{aligned}
& [S^3_i(t, u)]^{b, (\beta_1, \beta_2, \dots, \beta_\kappa)} = P([T^3_i(u)]^{b, (\beta_1, \beta_2, \dots, \beta_\kappa)} > t \mid Z\bar{C}(t) = z\bar{c}_{b, (\beta_1, \beta_2, \dots, \beta_\kappa)}) \\
& = \exp[-[\lambda^3_i(u)]^{b, (\beta_1, \beta_2, \dots, \beta_\kappa)} t] = \exp[-[\rho^3_i(u)]^{b, (\beta_1, \beta_2, \dots, \beta_\kappa)} \lambda^0_i(u)t], \\
& u = 1, 2, \dots, z, t \geq 0, i = 1, 2, \dots, n, b = 1, 2, \dots, v, \beta_j = 1, 2, \dots, w_j, j = 1, 2, \dots, \kappa,
\end{aligned} \tag{49}$$

gdzie

$$\begin{aligned}
& [\lambda^3_i(u)]^{b, (\beta_1, \beta_2, \dots, \beta_\kappa)} = [\rho^3_i(u)]^{b, (\beta_1, \beta_2, \dots, \beta_\kappa)} \lambda^0_i(u), \\
& u = 1, 2, \dots, z, i = 1, 2, \dots, n, b = 1, 2, \dots, v, \beta_j = 1, 2, \dots, w_j, j = 1, 2, \dots, \kappa,
\end{aligned} \tag{50}$$

są intensywnościami starzenia się elementów  $A_i$ ,  $i = 1, 2, \dots, n$ , uwzględniającymi wpływ łącznego procesu eksploatacji uwzględniającego zmiany pogodowe,  $\lambda^0_i(u)$ ,  $u = 1, 2, \dots, z$ ,  $i = 1, 2, \dots, n$ , są intensywnościami starzenia się elementów  $A_i$ ,  $i = 1, 2, \dots, n$ , bez uwzględnienia wpływu łącznego procesu eksploatacji uwzględniającego zmiany pogodowe oraz  $[\rho^3_i(u)]^{b, (\beta_1, \beta_2, \dots, \beta_\kappa)}$ ,  $u = 1, 2, \dots, z$ ,  $i = 1, 2, \dots, n$ ,  $b = 1, 2, \dots, v$ ,  $\beta_j = 1, 2, \dots, w_j, j = 1, 2, \dots, \kappa$  są wartościami współczynników wpływu łącznego procesu eksploatacji uwzględniającego zmiany pogodowe  $Z\bar{C}(t)$ ,  $t \geq 0$ , w stanach eksploatacyjnych i pogodowych  $z\bar{c}_{b, (\beta_1, \beta_2, \dots, \beta_\kappa)}$ ,  $b = 1, 2, \dots, v$ ,  $\beta_j = 1, 2, \dots, w_j, j = 1, 2, \dots, \kappa$ , na intensywności starzenia się elementów  $A_i$ ,  $i = 1, 2, \dots, n$ .

## 6.2.2. Wskaźniki bezpieczeństwa infrastruktury krytycznej w zmiennych warunkach eksploatacyjnych i pogodowych

Oznaczamy przez  $[T^3(u)]^{b, (\beta_1, \beta_2, \dots, \beta_\kappa)}$ ,  $u = 1, 2, \dots, z$ ,  $b = 1, 2, \dots, v$ ,  $\beta_j = 1, 2, \dots, w_j, j = 1, 2, \dots, \kappa$ , warunkowy czas przebywania infrastruktury krytycznej w podzbiórce stanów bezpieczeństwa  $\{u, u + 1, \dots, z\}$  podczas gdy łączny proces eksploatacji uwzględniający zmiany pogodowe  $Z\bar{C}(t)$ ,  $t \geq 0$ , znajduje się w stanie  $z\bar{c}_{b, (\beta_1, \beta_2, \dots, \beta_\kappa)}$  oraz przez wektor

$$\begin{aligned}
& [S^3(t, \cdot)]^{b, (\beta_1, \beta_2, \dots, \beta_\kappa)} = [1, [S^3(t, 1)]^{b, (\beta_1, \beta_2, \dots, \beta_\kappa)}, \dots, [S^3(t, z)]^{b, (\beta_1, \beta_2, \dots, \beta_\kappa)}], \\
& t \geq 0, b = 1, 2, \dots, v, \beta_j = 1, 2, \dots, w_j, j = 1, 2, \dots, \kappa,
\end{aligned} \tag{51}$$

warunkową funkcję bezpieczeństwa infrastruktury krytycznej w zmiennych warunkach eksploatacyjnych i pogodowych, gdzie

$$\begin{aligned}
& [S^3(t, u)]^{b, (\beta_1, \beta_2, \dots, \beta_\kappa)} = P([T^3(u)]^{b, (\beta_1, \beta_2, \dots, \beta_\kappa)} > t \mid Z\bar{C}(t) = z\bar{c}_{b, (\beta_1, \beta_2, \dots, \beta_\kappa)}), \\
& t \geq 0, b = 1, 2, \dots, v, \beta_j = 1, 2, \dots, w_j, j = 1, 2, \dots, \kappa, u = 1, 2, \dots, z.
\end{aligned} \tag{52}$$

Oznaczamy przez  $T^3(u)$ ,  $u = 1, 2, \dots, z$ , bezwarunkowy czas przebywania infrastruktury krytycznej w zmiennych warunkach eksploatacyjnych i pogodowych w podzbiórce stanów bezpieczeństwa  $\{u, u + 1, \dots, z\}$  oraz przez wektor

$$S^3(t, \cdot) = [1, S^3(t, 1), \dots, S^3(t, z)], t \geq 0, \tag{53}$$

bezwarunkową funkcję bezpieczeństwa infrastruktury krytycznej (**SafII**) w zmiennych warunkach eksploatacyjnych i pogodowych, gdzie

$$S^3(t, u) = P(T^3(u) > t) \text{ dla } t \geq 0, u = 1, 2, \dots, z. \tag{54}$$

W przypadku, gdy czas eksploatacji infrastruktury krytycznej  $\theta C$  jest dostatecznie duży, współrzędne bezwarunkowej funkcji bezpieczeństwa infrastruktury krytycznej, na którą wpływa łączny proces  $Z\bar{C}(t)$ ,  $t \geq 0$ , zdefiniowane przez (54), mogą zostać oszacowane za pomocą

$$\mathcal{S}^3(t, u) \cong \sum_{b=1}^v \sum_{\beta_1=1}^{w_1} \sum_{\beta_2=1}^{w_2} \dots \sum_{\beta_\kappa=1}^{w_\kappa} p_b \cdot q_{1\beta_1} \cdot q_{2\beta_2} \cdot \dots \cdot q_{\kappa\beta_\kappa} [\mathcal{S}^3(t, u)]^{b, (\beta_1, \beta_2, \dots, \beta_\kappa)}, \quad t \geq 0, u = 1, 2, \dots, z, \quad (55)$$

gdzie  $[\mathcal{S}^3(t, u)]^{b, (\beta_1, \beta_2, \dots, \beta_\kappa)}$ ,  $b = 1, 2, \dots, v$ ,  $\beta_j = 1, 2, \dots, w_j$ ,  $j = 1, 2, \dots, \kappa$ ,  $u = 1, 2, \dots, z$ ,  $t \geq 0$ , są współrzędnymi warunkowej funkcji bezpieczeństwa infrastruktury krytycznej w zmiennych warunkach eksploatacyjnych i pogodowych zdefiniowanymi przez (51)-(52) oraz  $p_b$ ,  $b = 1, 2, \dots, v$ , są wartościami granicznymi prawdopodobieństw chwilowych procesu eksploatacji  $Z(t)$ ,  $t \geq 0$ , danymi przez (13) oraz  $q_{j\beta_j}$ ,  $\beta_j = 1, 2, \dots, w_j$ ,  $j = 1, 2, \dots, \kappa$ , są wartościami granicznymi prawdopodobieństw chwilowych procesów zmian pogodowych  $C_j(t)$ ,  $t \geq 0$ ,  $j = 1, 2, \dots, \kappa$ .

Praktycznie użytecznymi charakterystykami bezpieczeństwa infrastruktury krytycznej w zmiennych warunkach eksploatacyjnych i pogodowych są:

- wartości średnie czasów przebywania infrastruktury krytycznej w podzbiorach stanów bezpieczeństwa  $\{u, u + 1, \dots, z\}$ ,  $u = 1, 2, \dots, z$ , dane przez

$$\mu^3(u) = \int_0^\infty \mathcal{S}^3(t, u) dt \cong \sum_{b=1}^v \sum_{\beta_1=1}^{w_1} \sum_{\beta_2=1}^{w_2} \dots \sum_{\beta_\kappa=1}^{w_\kappa} p_b \cdot q_{1\beta_1} \cdot q_{2\beta_2} \cdot \dots \cdot q_{\kappa\beta_\kappa} [\mu^3(u)]^{b, (\beta_1, \beta_2, \dots, \beta_\kappa)}, \quad u = 1, 2, \dots, z, \quad (56)$$

gdzie  $[\mu^3(u)]^{b, (\beta_1, \beta_2, \dots, \beta_\kappa)}$ ,  $u = 1, 2, \dots, z$ ,  $b = 1, 2, \dots, v$ ,  $\beta_j = 1, 2, \dots, w_j$ ,  $j = 1, 2, \dots, \kappa$ , są wartościami średnimi warunkowych czasów  $[T^3(u)]^{b, (\beta_1, \beta_2, \dots, \beta_\kappa)}$ ,  $u = 1, 2, \dots, z$ ,  $b = 1, 2, \dots, v$ ,  $\beta_j = 1, 2, \dots, w_j$ ,  $j = 1, 2, \dots, \kappa$ , przebywania infrastruktury krytycznej w podzbiore stanów bezpieczeństwa  $\{u, u + 1, \dots, z\}$ ,  $u = 1, 2, \dots, z$ , w stanach eksploatacyjnych i pogodowych  $Z\bar{C}_{b, (\beta_1, \beta_2, \dots, \beta_\kappa)}$ ,  $b = 1, 2, \dots, v$ ,  $\beta_j = 1, 2, \dots, w_j$ ,  $j = 1, 2, \dots, \kappa$ , danymi przez

$$[\mu^3(u)]^{b, (\beta_1, \beta_2, \dots, \beta_\kappa)} = \int_0^\infty [\mathcal{S}^3(t, u)]^{b, (\beta_1, \beta_2, \dots, \beta_\kappa)} dt, \quad b = 1, 2, \dots, v, \beta_j = 1, 2, \dots, w_j, \quad (57)$$

$j = 1, 2, \dots, \kappa$ ,  $u = 1, 2, \dots, z$ ,

oraz  $[\mathcal{S}^3(t, u)]^{b, (\beta_1, \beta_2, \dots, \beta_\kappa)}$ ,  $t \geq 0$ ,  $u = 1, 2, \dots, z$ ,  $b = 1, 2, \dots, v$ ,  $\beta_j = 1, 2, \dots, w_j$ ,  $j = 1, 2, \dots, \kappa$ , są zdefiniowane przez (51)-(52) oraz  $p_b$ ,  $b = 1, 2, \dots, v$ , są wartościami granicznymi prawdopodobieństw chwilowych procesu eksploatacji  $Z(t)$ ,  $t \geq 0$ , danymi przez (13) oraz  $q_{j\beta_j}$ ,  $\beta_j = 1, 2, \dots, w_j$ ,  $j = 1, 2, \dots, \kappa$ , są wartościami granicznymi prawdopodobieństw chwilowych procesów zmian pogodowych  $C_j(t)$ ,  $t \geq 0$ ,  $j = 1, 2, \dots, \kappa$ ;

- odchylenia standardowe  $\sigma^3(u)$  czasów przebywania infrastruktury krytycznej w podzbiorach stanów bezpieczeństwa  $\{u, u + 1, \dots, z\}$ ,  $u = 1, 2, \dots, z$ ;

- wartości średnie  $\bar{\mu}^3(u)$ ,  $u = 1, 2, \dots, z$ , czasów przebywania infrastruktury krytycznej w poszczególnych stanach bezpieczeństwa.

Ponadto, następujące wskaźniki bezpieczeństwa (**SafI2**)-(**SafI8**) oraz odporności (**ResI1**)-(**ResI3**) wyznacza się podobnie jak w przypadku infrastruktury krytycznej, na którą wpływa jej proces eksploatacji:

- funkcja ryzyka  $r^3(t)$ ,  $t \geq 0$ , infrastruktury krytycznej (**SafI2**);

- kryzywa wrażliwości infrastruktury krytycznej (**SafI3**);

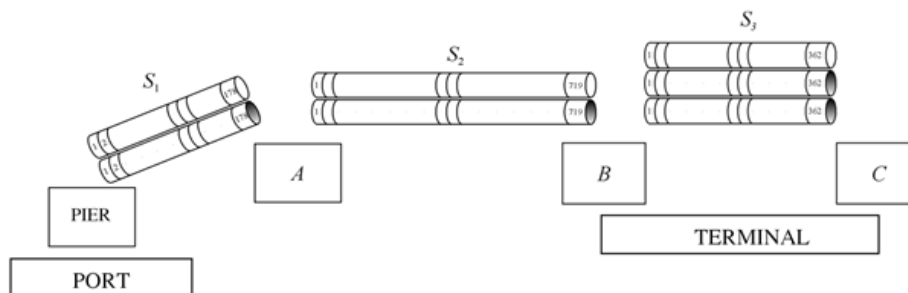
- wartość średnia  $\mu^3(r)$  czasu  $T^3(r)$  do przekroczenia przez infrastrukturę krytyczną stanu krytycznego  $r$  (**SafI4**);
- odchylenie standardowe  $\sigma^3(r)$  czasu  $T^3(r)$  do przekroczenia przez infrastrukturę krytyczną stanu krytycznego  $r$  (**SafI5**);
- moment  $\tau^3$  przekroczenia akceptowalnej wartości funkcji ryzyka infrastruktury krytycznej  $\delta$ ,  $\delta \in \langle 0, 1 \rangle$ , (**SafI6**);
- intensywności  $\lambda^3(t, u)$ ,  $t \geq 0$ ,  $u = 1, 2, \dots, z$ , starzenia się infrastruktury krytycznej (**SafI7**);
- współczynniki  $\rho^3(t, u)$ ,  $t \geq 0$ ,  $u = 1, 2, \dots, z$ , wpływu łącznego procesu eksploatacji uwzględniającego zmiany pogodowe  $Z\bar{C}(t)$ ,  $t \geq 0$ , na intensywności starzenia się (degradacji) infrastruktury krytycznej (**SafI8**);
- wskaźnik  $RI1^3(t)$ ,  $t \geq 0$ , odporności infrastruktury krytycznej na wpływ łącznego procesu eksploatacji uwzględniającego zmiany pogodowe (**ResI1**);
- wartość graniczna  $RI2^3$  wskaźnika odporności infrastruktury krytycznej na wpływ łącznego procesu eksploatacji uwzględniającego zmiany pogodowe (**ResI2**);
- oszacowana wartość średnia  $RI3^3$  wskaźnika odporności infrastruktury krytycznej na wpływ łącznego procesu eksploatacji uwzględniającego zmiany pogodowe (**ResI3**).

## 7. Zastosowanie modeli bezpieczeństwa infrastruktury krytycznej

### 7.1. Opis sieciowej portowej infrastruktury krytycznej transportu ropy i parametry bezpieczeństwa jej elementów

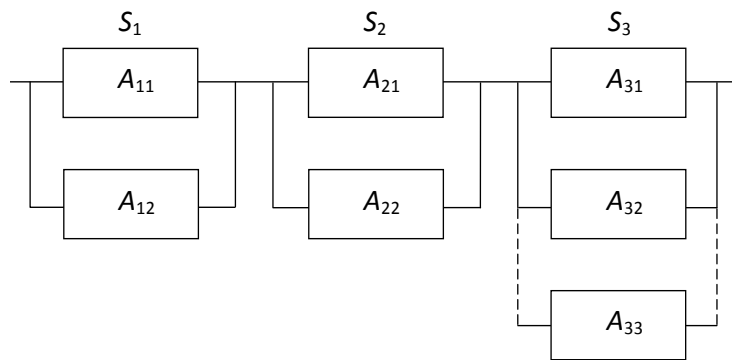
#### 7.1.1. Opis sieciowej portowej infrastruktury krytycznej transportu ropy

Sieciowa portowa infrastruktura krytyczna transportu ropy zbudowana jest z trzech podinfrastruktur krytycznych  $S_1$ ,  $S_2$  oraz  $S_3$ . Jej przeznaczenie oraz dokładny opis można znaleźć w [Drzazga, et al., 2016; Kołowrocki, Soszyńska-Budny, 2011]. Jej schemat jest przedstawiony na Rysunku 2.



Rys. 2. Sieciowa portowa infrastruktura krytyczna transportu ropy

Struktura sieciowej portowej infrastruktury krytycznej transportu ropy zaprezentowana jest na Rysunku 3.



**Rys. 3. Ogólna struktura portowej infrastruktury krytycznej transportu ropy**

Portowa infrastruktura krytyczna składa się z trzech podinfrastruktur krytycznych połączonych szeregowo, z których dwie pierwsze (zawierające dwa elementy - rurociągi) są równoległe, a trzecia (zawierająca trzy elementy - rurociągi) jest progowa „2 z 3”.

### **7.1.1. Parametry bezpieczeństwa sieciowej portowej infrastruktury krytycznej transportu ropy**

W tym podrozdziale przedstawiono, po rozważeniu uwag i opinii pochodzących od ekspertów, następujące parametry bezpieczeństwa portowej infrastruktury krytycznej [Kołowrocki, Soszyńska-Budny, 2011]:

- liczbę stanów bezpieczeństwa (z pominięciem stanu 0)  $z = 2$ ;
- opis stanów bezpieczeństwa  $u = 0, 1, 2$ ;
- stan krytyczny portowej infrastruktury krytycznej  $r = 1$ ;
- akceptowalną wartość funkcji ryzyka infrastruktury krytycznej  $\delta = 0.05$ ;
- parametry struktury bezpieczeństwa portowej infrastruktury krytycznej:

$$k = 3, l_1 = 2, l_2 = 2, l_3 = 3, m_1 = 1, m_2 = 1, m_3 = 2;$$

- intensywnościami starzenia się elementów portowej infrastruktury krytycznej bez wpływu żadnych procesów zewnętrznych

$$\lambda_{ij}^0(u) = 1 / \mu_{ij}^0(u), u = 1, 2, i = 1, 2, 3, j = 1, 2, \dots, l_i, l_1 = 2, l_2 = 2, l_3 = 3.$$

### **7.2. Opis procesu eksploatacyjnego sieciowej portowej infrastruktury krytycznej transportu ropy i jego parametry**

W tym podrozdziale przedstawiono wybrane parametry i charakterystyki procesu eksploatacji portowej infrastruktury krytycznej:

- liczbę stanów procesu eksploatacji  $v = 7$ ;
- definicje poszczególnych stanów eksploatacji  $z_b, b = 1, 2, \dots, 7$ ;
- wektor  $[p_b(0)]_{1 \times 7}$  prawdopodobieństw początkowych procesu eksploatacji portowej infrastruktury krytycznej;
- macierz  $[p_{b\tilde{b}}]_{7 \times 7}$  prawdopodobieństw przejść procesu eksploatacji pomiędzy stanami eksploatacyjnymi  $z_b$  oraz  $z_{\tilde{b}}, b, \tilde{b} = 1, 2, \dots, 7$ ;
- macierz  $[M_{b\tilde{b}}]_{7 \times 7}$  warunkowych wartości średnich czasów  $\theta_{b\tilde{b}}, b, \tilde{b} = 1, 2, \dots, 7$ ,



przebywania procesu eksploatacji infrastruktury krytycznej  $Z(t)$ ,  $t \geq 0$ , w poszczególnych stanach eksploatacyjnych;  
 - wektor  $[p_b]_{1 \times 7}$  wartości granicznych prawdopodobieństw chwilowych przebywania procesu eksploatacji w poszczególnych stanach eksploatacyjnych.

### 7.3. Opis procesów zmian pogodowych na obszarze eksploatacyjnym sieciowej portowej infrastruktury krytycznej transportu ropy i ich parametry

Obszar eksploatacji portowej infrastruktury krytycznej jest podzielony na dwie części: podwodny obszar eksploatacji i lądowy obszar eksploatacji. Rozróżniamy dwa różne procesy zmian pogodowych dla tych dwóch obszarów:

- proces zmian pogodowych  $C1(t)$ ,  $t \geq 0$ , zdefiniowany na podwodnym obszarze eksploatacji infrastruktury krytycznej (Rysunek 4 i 5, punkty pomiarowe 1 – 3),
- proces zmian pogodowych  $C2(t)$ ,  $t \geq 0$ , zdefiniowany na lądowym obszarze eksploatacji infrastruktury krytycznej (Rysunek 4 i 5, punkt pomiarowy 4).

Dane pogodowe z punktów pomiarowych 1-3 zostały połączone i analizowane wspólnie po pomyślnym testowaniu ich jednorodności [Kuligowska, Torbicki, 2017a].



Rys. 4. Obszar eksploatacji portowej infrastruktury krytycznej transportu ropy



Rys. 5. Podwodny obszar eksploatacji portowej infrastruktury krytycznej transportu ropy

### 7.3.1. Parametry procesu zmian pogodowych na podwodnym obszarze eksploatacji sieciowej infrastruktury krytycznej transportu ropy

W tym podrozdziale wprowadzono wybrane parametry i charakterystyki procesu zmian pogodowych na podwodnym obszarze eksploatacji infrastruktury krytycznej transportu ropy (są one umieszczone na stronie internetowej GMU Safety Interactive Platform):

- liczbę stanów procesu zmian pogodowych  $C1(t)$ ,  $t \geq 0$ ,  $w1 = 6$ ;
- definicje poszczególnych stanów pogodowych  $c1_{\beta1}$ ,  $\beta1 = 1,2,\dots,6$ ;
- wektor  $[q1_{\beta1}(0)]_{1 \times 6}$  prawdopodobieństw początkowych procesu zmian pogodowych  $C1(t)$ ,  $t \geq 0$ ;
- macierz  $[q1_{\beta1\tilde{\beta}1}]_{6 \times 6}$  prawdopodobieństw przejść procesu zmian pogodowych  $C1(t)$ ,  $t \geq 0$ , pomiędzy stanami pogodowymi  $c1_{\beta1}$  oraz  $c1_{\tilde{\beta}1}$ ,  $\beta1, \tilde{\beta}1 = 1,2,\dots, 6$ ;
- macierz  $[N1_{\beta1\tilde{\beta}1}]_{6 \times 6}$  warunkowych wartości średnich czasów  $C1_{\beta1\tilde{\beta}1}$ ,  $\beta1, \tilde{\beta}1 = 1,2,\dots, 6$ , przebywania procesu zmian pogodowych  $C1(t)$ ,  $t \geq 0$ , w poszczególnych stanach pogodowych;
- wektor  $[q1_{\beta1}]_{1 \times 6}$  wartości granicznych prawdopodobieństw chwilowych przebywania procesu  $C1(t)$ ,  $t \geq 0$ , w poszczególnych stanach pogodowych.

### 7.3.2. Parametry procesu zmian pogodowych na lądowym obszarze eksploatacji sieciowej infrastruktury krytycznej transportu ropy

W tym podrozdziale wprowadzono wybrane parametry i charakterystyki procesu zmian pogodowych na lądowym obszarze eksploatacji infrastruktury krytycznej transportu ropy (są one umieszczone na stronie internetowej GMU Safety Interactive Platform):

- liczbę stanów procesu zmian pogodowych  $C2(t)$ ,  $t \geq 0$ ,  $w2 = 16$ ;
- definicje poszczególnych stanów pogodowych  $c2_{\beta2}$ ,  $\beta2 = 1,2,\dots,16$ ;
- wektor  $[q2_{\beta2}(0)]_{1 \times 16}$  prawdopodobieństw początkowych procesu zmian pogodowych  $C2(t)$ ,  $t \geq 0$ ;
- macierz  $[q2_{\beta2\tilde{\beta}2}]_{16 \times 16}$  prawdopodobieństw przejść procesu zmian pogodowych  $C2(t)$ ,  $t \geq 0$ , pomiędzy stanami pogodowymi  $c2_{\beta2}$  oraz  $c2_{\tilde{\beta}2}$ ,  $\beta2, \tilde{\beta}2 = 1,2,\dots, 16$ ;
- macierz  $[N2_{\beta2\tilde{\beta}2}]_{16 \times 16}$  warunkowych wartości średnich warunkowych czasów przebywania  $C2_{\beta2\tilde{\beta}2}$ ,  $\beta2, \tilde{\beta}2 = 1,2,\dots, 16$ , procesu zmian pogodowych  $C2(t)$ ,  $t \geq 0$ , w poszczególnych stanach pogodowych;
- wektor  $[q2_{\beta2}]_{1 \times 16}$  wartości granicznych prawdopodobieństw chwilowych przebywania procesu  $C2(t)$ ,  $t \geq 0$ , w poszczególnych stanach pogodowych.

### 7.4. Współczynniki wpływu procesu eksploatacyjnego oraz procesów zmian pogodowych na bezpieczeństwo elementów sieciowej portowej infrastruktury krytycznej

W tym podrozdziale przedstawiono, po rozważeniu uwag i opinii pochodzących od ekspertów:

- współczynniki wpływu procesu eksploatacyjnego  $Z(t)$ ,  $t \geq 0$ , na intensywności starzenia elementów portowej infrastruktury krytycznej

$$[\rho^1_{ij}(u)]^{(b)}, u = 1,2, i = 1,2,3, j = 1,2,\dots, l_i, l_1 = 2, l_2 = 2, l_3 = 3, b = 1,2,3,\dots,7;$$

- współczynniki wpływu procesu zmian pogodowych  $C1(t)$ ,  $t \geq 0$ , na intensywności starzenia elementów portowej infrastruktury krytycznej

$$[\rho^2_{ij}(u)]^{(\beta_1)}, u = 1, 2, i = 1, 2, 3, j = 1, 2, \dots, l_i, l_1 = 2, l_2 = 2, l_3 = 3, \beta_1 = 1, 2, 3, \dots, 6;$$

- współczynniki wpływu procesu zmian pogodowych  $C2(t)$ ,  $t \geq 0$ , na intensywności starzenia elementów portowej infrastruktury krytycznej

$$[\rho^2_{ij}(u)]^{(\beta_2)}, u = 1, 2, i = 1, 2, 3, j = 1, 2, \dots, l_i, l_1 = 2, l_2 = 2, l_3 = 3, \beta_2 = 1, 2, 3, \dots, 16.$$

Wszystkie powyższe współczynniki są umieszczone na stronie internetowej GMU Safety Interactive Platform.

## **7.5. Bezpieczeństwo sieciowej portowej infrastruktury krytycznej transportu ropy bez oddziaływań zewnętrznych**

W tym podrozdziale przedstawiono charakterystyki i wskaźniki bezpieczeństwa portowej infrastruktury krytycznej bez oddziaływań zewnętrznych.

## **7.6. Bezpieczeństwo sieciowej portowej infrastruktury krytycznej transportu ropy w zmiennych warunkach eksploatacyjnych**

### **7.6.1 Parametry bezpieczeństwa elementów sieciowej portowej infrastruktury krytycznej w zmiennych warunkach eksploatacyjnych**

W tym podrozdziale wyznaczono intensywności starzenia się elementów portowej infrastruktury krytycznej w zmiennych warunkach eksploatacyjnych za pomocą wzoru

$$[\lambda^1_{ij}(u)]^{(b)} = [\rho^1_{ij}(u)]^{(b)} \lambda^0_{ij}(u), u = 1, 2, i = 1, 2, 3, j = 1, 2, \dots, l_i, l_1 = 2, l_2 = 2, l_3 = 3, b = 1, 2, \dots, 7.$$

### **7.6.2 Wskaźniki bezpieczeństwa i odporności sieciowej portowej infrastruktury krytycznej w zmiennych warunkach eksploatacyjnych**

W tym podrozdziale przedstawiono charakterystyki i wskaźniki bezpieczeństwa oraz wskaźniki odporności portowej infrastruktury krytycznej w zmiennych warunkach eksploatacyjnych.

## **7.7. Bezpieczeństwo sieciowej portowej infrastruktury krytycznej transportu ropy w zmiennych warunkach pogodowych**

### **7.7.1 Parametry bezpieczeństwa elementów sieciowej portowej infrastruktury krytycznej w zmiennych warunkach pogodowych**

W tym podrozdziale wyznaczono intensywności starzenia się elementów portowej infrastruktury krytycznej w zmiennych warunkach pogodowych za pomocą wzoru

$$[\lambda^2_{ij}(u)]^{(\beta_1, \beta_2)} = [\bar{\rho}^2_{ij}(u)]^{(\beta_1, \beta_2)} \cdot \lambda^0_{ij}(u), u = 1, 2, i = 1, 2, 3, j = 1, 2, \dots, l_i, l_1 = 2, l_2 = 2, l_3 = 3, \beta_1 = 1, 2, 3, \dots, 6, \beta_2 = 1, 2, 3, \dots, 16.$$

## 7.7.2 Wskaźniki bezpieczeństwa i odporności sieciowej portowej infrastruktury krytycznej w zmiennych warunkach pogodowych

W tym podrozdziale przedstawiono charakterystyki i wskaźniki bezpieczeństwa oraz wskaźniki odporności portowej infrastruktury krytycznej w zmiennych warunkach pogodowych.

## 7.8. Bezpieczeństwo sieciowej portowej infrastruktury krytycznej transportu ropy w zmiennych warunkach eksploatacyjnych i pogodowych

### 7.8.1 Parametry bezpieczeństwa elementów sieciowej portowej infrastruktury krytycznej w zmiennych warunkach eksploatacyjnych i pogodowych

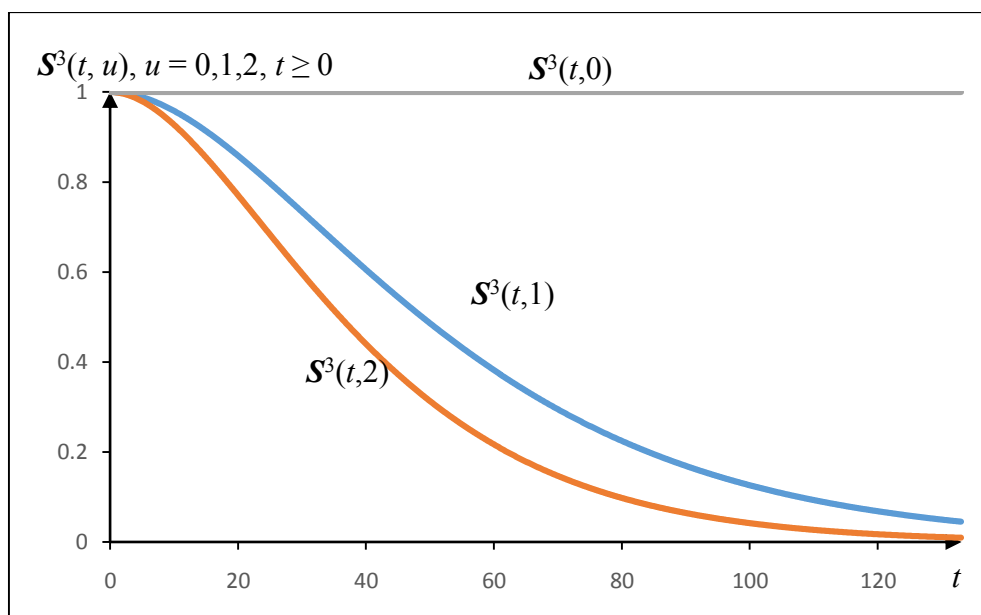
W tym podrozdziale wyznaczono intensywności starzenia się elementów portowej infrastruktury krytycznej w zmiennych warunkach eksploatacyjnych i pogodowych za pomocą wzoru

$$[\lambda_{ij}^3(u)]^{b, (\beta_1, \beta_2)} = [\rho_{ij}^3(u)]^{b, (\beta_1, \beta_2)} \cdot \lambda_{ij}^0(u) = [\rho_{ij}^1(u)]^b \cdot [\bar{\rho}_{ij}^2(u)]^{(\beta_1, \beta_2)} \cdot \lambda_{ij}^0(u), u = 1, 2, i = 1, 2, 3, j = 1, 2, \dots, l_i, l_1 = 2, l_2 = 2, l_3 = 3, b = 1, 2, \dots, 7, \beta_1 = 1, 2, \dots, 6, \beta_2 = 1, 2, \dots, 16.$$

### 7.8.2 Wskaźniki bezpieczeństwa i odporności sieciowej portowej infrastruktury krytycznej w zmiennych warunkach eksploatacyjnych i pogodowych

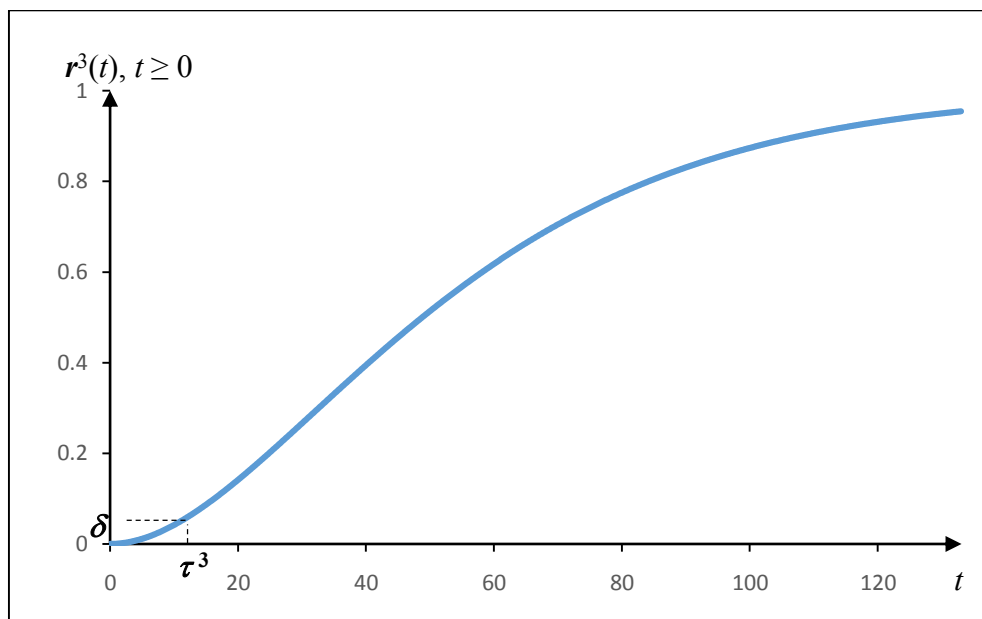
W tym podrozdziale przedstawiono charakterystyki i wskaźniki bezpieczeństwa oraz wskaźniki odporności sieciowej portowej infrastruktury krytycznej w zmiennych warunkach eksploatacyjnych i pogodowych. Wybrane wskaźniki bezpieczeństwa i odporności portowej infrastruktury krytycznej w zmiennych warunkach eksploatacyjnych i pogodowych są następujące:

- wykres współrzędnych  $S^3(t, u)$ ,  $t \geq 0$ ,  $u = 0, 1, 2$ , bezwarunkowej funkcji bezpieczeństwa infrastruktury krytycznej (**SafII**) w zmiennych warunkach eksploatacyjnych i pogodowych (Rysunek 6),



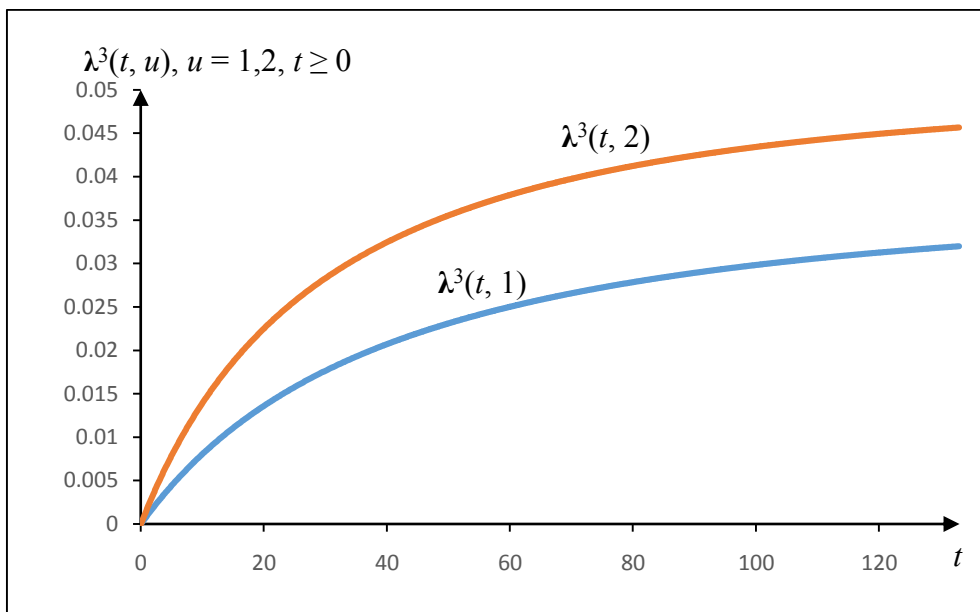
Rys. 6. Współrzędne bezwarunkowej funkcji bezpieczeństwa infrastruktury krytycznej

- krzywa wrażliwości (**Saf13**) portowej infrastruktury krytycznej w zmiennych warunkach eksploatacyjnych i pogodowych (Rysunek 7),

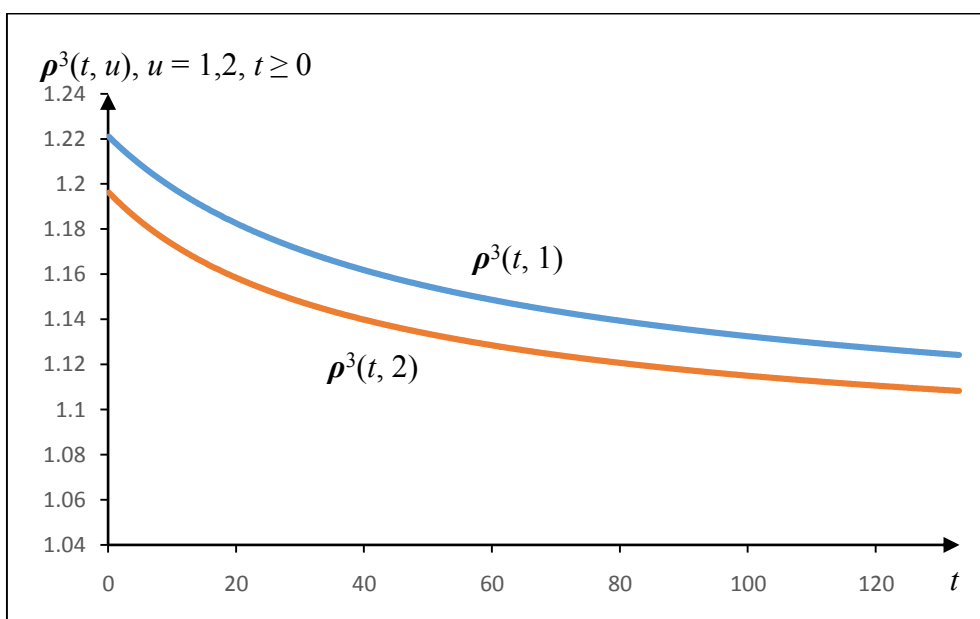


**Rys. 7. Krzywa wrażliwości portowej infrastruktury krytycznej**

- wartość średnia,  $\mu^3(r) = 56.7439$  lat, czasu  $T^3(r)$  do przekroczenia przez infrastrukturę krytyczną w zmiennych warunkach eksploatacyjnych i pogodowych stanu krytycznego  $r = 1$  (**Saf14**),
- odchylenie standardowe,  $\sigma^3(r) = 38.0292$  lat, czasu  $T^3(r)$  do przekroczenia przez infrastrukturę krytyczną w zmiennych warunkach eksploatacyjnych i pogodowych stanu krytycznego  $r = 1$  (**Saf15**),
- moment,  $\tau^3 = 10.9838$  lat, przekroczenia akceptowalnej wartości funkcji ryzyka infrastruktury krytycznej w zmiennych warunkach eksploatacyjnych i pogodowych  $\delta = 0.05$  (**Saf16**),
- wykres intensywności  $\lambda^3(t, u)$ ,  $t \geq 0$ ,  $u = 1,2$ , starzenia się (infrastruktury krytycznej w zmiennych warunkach eksploatacyjnych i pogodowych (**Saf17**) (Rysunek 8),
- wykres współczynników  $\rho^3(t, u)$ ,  $t \geq 0$ ,  $u = 1,2$ , wpływu łącznego procesu eksploatacji uwzględniającego zmiany pogodowe  $Z\bar{C}(t)$ ,  $t \geq 0$ , na intensywności starzenia się infrastruktury krytycznej (**Saf18**) (Rysunek 9),
- wartość graniczna  $RI2^3 = 91.8\%$  wskaźnika odporności infrastruktury krytycznej na wpływ łącznego procesu eksploatacji uwzględniającego zmiany pogodowe (**Res12**),
- oszacowana wartość średnia  $RI3^3 = 90.69\%$  wskaźnika odporności infrastruktury krytycznej na wpływ łącznego procesu eksploatacji uwzględniającego zmiany pogodowe (**Res13**).



Rys. 8. Wykres intensywności starzenia się infrastruktury krytycznej



Rys. 9. Wykres współczynników wpływu łącznego procesu eksploatacji uwzględniającego zmiany pogodowe na intensywności starzenia się infrastruktury krytycznej

## 7.9. Porównanie wyników

Porównanie otrzymanych wartości wybranych wskaźników bezpieczeństwa i odporności portowej infrastruktury krytycznej dla wszystkich rozpatrywanych w pracy modeli zawarte jest w Tabeli 1.

Wartości wskaźników bezpieczeństwa umieszczone w poniższej tabeli świadczą o tym, że wpływ procesu eksploatacji na bezpieczeństwo i odporność portowej infrastruktury krytycznej jest zauważalny. Wartości średnie  $\mu^1(1)$ ,  $\mu^1(2)$  oraz odchylenia standardowe  $\sigma^1(1)$ ,  $\sigma^1(2)$  czasu przebywania portowej infrastruktury krytycznej w podzbiorach stanów bezpieczeństwa  $\{1, 2\}$ ,  $\{2\}$ , oraz moment  $\tau^1$  przekroczenia akceptowalnej wartości funkcji ryzyka portowej

infrastruktury krytycznej są znacząco mniejsze niż ich odpowiedniki  $\mu^0(1)$ ,  $\mu^0(2)$ ,  $\sigma^0(1)$ ,  $\sigma^0(2)$  oraz  $\tau^0$  w przypadku, gdy na rozważaną infrastrukturę krytyczną nie wpływa jej proces eksploatacji. Ponadto, wskaźniki odporności infrastruktury krytycznej  $RI2^1$  oraz  $RI3^1$  są bliskie 91%. Oznacza to, że proces eksploatacji ma znaczący wpływ na bezpieczeństwo i odporność portowej infrastruktury krytycznej.

Tabela 1. Wartości wybranych wskaźników bezpieczeństwa i odporności portowej infrastruktury krytycznej dla wszystkich rozpatrywanych modeli

Numer modelu bezpieczeństwa $i$ , $i = 0,1,2,3$	Wartości wybranych wskaźników bezpieczeństwa i odporności portowej infrastruktury krytycznej						
	$\mu^i(1)$ w latach	$\mu^i(2)$ w latach	$\sigma^i(1)$ w latach	$\sigma^i(2)$ w latach	$\tau^i$ w latach	$RI2^i$	$RI3^i$
0	62.5692	45.8198	41.8793	30.7346	12.1328	-	-
1	56.7545	41.8811	38.0357	28.1014	10.9868	91.8%	90.70%
2	62.5574	45.8030	41.8715	30.7239	12.1304	100%	99.98%
3	56.7439	41.8663	38.0292	28.0922	10.9838	91.8%	90.69%

Natomiast, wpływ procesu zmian pogodowych na bezpieczeństwo i odporność rozważanej portowej infrastruktury krytycznej jest bardzo mały. Wartości średnie  $\mu^2(1)$ ,  $\mu^2(2)$  oraz odchylenia standardowe  $\sigma^2(1)$ ,  $\sigma^2(2)$  czasu przebywania portowej infrastruktury krytycznej w podziorach stanów bezpieczeństwa  $\{1, 2\}$ ,  $\{2\}$ , oraz moment  $\tau^2$  przekroczenia akceptowalnej wartości funkcji ryzyka infrastruktury krytycznej są prawie takie same jak ich odpowiedniki  $\mu^0(1)$ ,  $\mu^0(2)$ ,  $\sigma^0(1)$ ,  $\sigma^0(2)$  oraz  $\tau^0$  w przypadku nie uwzględniania wpływu zmian pogodowych. Potwierdzają to także wskaźniki odporności infrastruktury krytycznej  $RI2^2 = 100\%$  oraz  $RI3^2 = 99.98\%$ . Ten znikomy negatywny wpływ warunków pogodowych na odporność rozważanej infrastruktury krytycznej wynika z tego, że portowa infrastruktura krytyczna złożona jest z dużej liczby elementów (2880) spośród których zaledwie 50 jest rzeczywiście narażonych na zmiany pogodowe.

Łączny wpływ procesu eksploatacji i procesu zmian pogodowych na bezpieczeństwo i odporność portowej infrastruktury krytycznej jest istotny, o czym świadczą wartości wskaźników umieszczone w ostatnim wierszu Tabeli 1. Istotność wpływu tego łącznego procesu wobec przeprowadzonej powyżej analizy wynika głównie z wpływu procesu eksploatacji.

## 8. Podsumowanie

W pracy zaproponowane zostały modele bezpieczeństwa i odporności infrastruktur krytycznych z uwzględnieniem zmiennych warunków eksploatacyjnych oraz zmiennych warunków pogodowych w obszarze ich eksploatacji.

Możliwości aplikacyjne tych modeli zostały zilustrowane poprzez wyznaczenie wskaźników bezpieczeństwa i odporności sieciowej portowej infrastruktury krytycznej transportu paliwa narażonej na zmiany eksploatacyjne i pogodowe.

Wyniki zastosowania tych modeli dowodzą, że posiadają one istotny walor praktyczny. Albowiem modele te pozwalają na analizę i ocenę bezpieczeństwa i odporności rzeczywistych infrastruktur krytycznych, których struktury oraz parametry bezpieczeństwa ich elementów zmieniają się pod wpływem warunków eksploatacyjnych i pogodowych.

## 9. Literatura

- [1] P. Ben, B.P. Gouldby, M.T. Schultz, J.D. Simm and J.L. Wibowo, Beyond the Factor of Safety: Developing Fragility Curves to Characterize System Reliability, *Report in Water Resources Infrastructure Program ERDC SR-10-1*, Prepared for Headquarters, U.S. Army Corps of Engineers, Washington, 2010
- [2] A. Blokus-Roszkowska, S. Guze, K. Kołowrocki, J. Soszyńska-Budny, M. Ledóchowski. Methodology for Port Critical Infrastructures safety and resilience to climate change analysis. *Journal of Polish Safety and Reliability Association, Summer Safety & Reliability Seminars*, 2016, Gdynia, Vol. 7, No. 2, 139-150, ISSN 2084-5316
- [3] M. Drzazga, K. Kołowrocki, J. Soszyńska-Budny. Oil pipeline critical infrastructure network. *Journal of Polish Safety and Reliability Association, Summer Safety & Reliability Seminars*, 2016, Gdynia, Vol. 7, No. 2, 53-60, ISSN 2084-5316
- [4] M. Drzazga, K. Kołowrocki, J. Soszyńska-Budny, M. Torbicki. Port oil piping transportation critical infrastructure assets and interconnections. *Journal of Polish Safety and Reliability Association, Summer Safety & Reliability Seminars*, 2016, Gdynia, Vol. 7, No. 1, 37-42, ISSN 2084-5316
- [5] F. Ferreira, A. Pacheco. Comparison of level-crossing times for Markov and semi-Markov processes. *Statistics and Probability Letters*, Vol. 7, No 2, 151-157, 2007
- [6] P. W. Glynn, P. J. Haas. Laws of large numbers and functional central limit theorems for generalized semi-Markov processes. *Stochastic Models*, Vol. 22, No 2, 201-231, 2006
- [7] F. Grabski. *Semi-Markov Models of Systems Reliability and Operations Analysis*. System Research Institute, Polish Academy of Science, 2002 (in Polish)
- [8] F. Grabski. *Semi-Markov Processes: Application in System Reliability and Maintenance*, Amsterdam, Boston, Heidelberg, London, New York, Oxford, Paris, San Diego, San Francisco, Singapore, Sidney, Tokyo, Elsevier, 2014
- [9] E. Jakusik, K. Kołowrocki, E. Kuligowska, J. Soszyńska-Budny, M. Torbicki. Modelling climate-weather change process including extreme weather hazards for port oil piping transportation system. *Journal of Polish Safety and Reliability Association, Summer Safety & Reliability Seminars*, 2016, Gdynia, Vol. 7, No. 3, 31-40, ISSN 2084-5316
- [10] K. Kołowrocki. *Reliability of Large and Complex Systems*, Amsterdam, Boston, Heidelberg, London, New York, Oxford, Paris, San Diego, San Francisco, Singapore, Sidney, Tokyo, Elsevier, 2014
- [11] K. Kołowrocki, J. Soszyńska-Budny. *Reliability and Safety of Complex Technical Systems and Processes: Modeling - Identification - Prediction - Optimization*, London, Dordrecht, Heildeberg, New York, Springer, 2011
- [12] K. Kołowrocki, J. Soszyńska-Budny. Critical infrastructure operation process. *Journal of Polish Safety and Reliability Association, Summer Safety & Reliability Seminars*, 2017a, Gdynia, Vol. 8, No. 2, 1-6, ISSN 2084-5316
- [13] K. Kołowrocki, J. Soszyńska-Budny. Integrated Impact Model on Critical Infrastructure Safety Related to Its Operation Process. *Journal of Polish Safety and Reliability Association, Summer Safety & Reliability Seminars*, 2017b, Gdynia, Vol. 8, No. 4, 1-10, ISSN 2084-5316
- [14] K. Kołowrocki, J. Soszyńska-Budny, M. Torbicki. Identification of climate related hazards at the Baltic Sea area and their critical / extreme event parameters' exposure for port oil piping transportation critical infrastructure. *Journal of Polish Safety and Reliability Association, Summer Safety & Reliability Seminars*, 2016, Gdynia, Vol. 7, No. 1, 127-132, ISSN 2084-5316
- [15] K. Kołowrocki, J. Soszyńska-Budny, M. Torbicki. Critical infrastructure operating area climate-weather change process including extreme weather hazards. *Journal of Polish*



- Safety and Reliability Association, Summer Safety & Reliability Seminars*, 2017a, Gdynia, Vol. 8, No. 2, 15-24, ISSN 2084-5316
- [16] K. Kołowrocki, J. Soszyńska-Budny, M. Torbicki. Critical infrastructure operation process related to climate-weather change process including extreme weather hazard. *Journal of Polish Safety and Reliability Association, Summer Safety & Reliability Seminars*, 2017b, Gdynia, Vol. 8, No. 2, 25-40, ISSN 2084-5316
- [17] K. Kołowrocki, J. Soszyńska-Budny, M. Torbicki. Identification methods and procedures of climate-weather change process including extreme weather hazards. *Journal of Polish Safety and Reliability Association, Summer Safety & Reliability Seminars*, 2017c, Gdynia, Vol. 8, No. 2, 85-106, ISSN 2084-5316
- [18] K. Kołowrocki, J. Soszyńska-Budny, M. Torbicki. Identification and prediction of port oil piping transportation system operation process related to climate-weather change. *Journal of Polish Safety and Reliability Association, Summer Safety & Reliability Seminars*, 2017d, Gdynia, Vol. 8, No. 2, 113-120, ISSN 2084-5316
- [19] K. Kołowrocki, J. Soszyńska-Budny, M. Torbicki. Integrated Impact Model on Critical Infrastructure Safety Related to Climate-Weather Change Process Including Extreme Weather Hazards. *Journal of Polish Safety and Reliability Association, Summer Safety & Reliability Seminars*, 2017e, Gdynia, Vol. 8, No. 4, 21-32, ISSN 2084-5316
- [20] K. Kołowrocki, J. Soszyńska-Budny, M. Torbicki. Integrated Impact Model on Critical Infrastructure Safety Related to Its Operation Process and Climate-Weather Change Process. *Journal of Polish Safety and Reliability Association, Summer Safety & Reliability Seminars*, 2017f, Gdynia, Vol. 8, No. 4, 33-48, ISSN 2084-5316
- [21] K. Kołowrocki, J. Soszyńska-Budny, M. Torbicki. Safety prediction of critical infrastructure impacted by climate-weather change process. *Proceedings of the 17<sup>th</sup> Applied Stochastic Models and Data Analysis International Conference with Demographics Workshop: ASMDA 2017*, 2017g, London, UK, 529-546
- [22] K. Kołowrocki, J. Soszyńska-Budny, M. Torbicki. Critical infrastructure integrated safety model related to climate-weather change process application to port oil piping transportation system operating at land Baltic seaside area. *Safety and Reliability, Theory and Applications, Taylor & Francis Ltd Proceedings of European Safety and Reliability Conference - ESREL 2017*, CRC Press/Balkema, 2017h, The Netherlands, 687 – 694
- [23] K. Kołowrocki, J. Soszyńska-Budny, M. Torbicki. Safety of maritime ferry operating at Baltic sea open waters related to climate-weather change process including extreme weather hazards. *Safety and Reliability, Theory and Applications, Taylor & Francis Ltd Proceedings of European Safety and Reliability Conference - ESREL 2017*, CRC Press/Balkema, 2017i, The Netherlands, 695 – 702
- [24] K. Kołowrocki, E. Kuligowska, J. Soszyńska-Budny, M. Torbicki. An approach to safety prediction of critical infrastructure impacted by climate-weather change process. *The International Conference on Information and Digital Technologies 2017*, 2017a, Žilina – Slovakia, 183-186, ISBN 978-1-5090-5688-0
- [25] K. Kołowrocki, E. Kuligowska, J. Soszyńska-Budny, M. Torbicki. Safety and risk prediction of Baltic Oil Terminal Critical Infrastructure impacted by climate-weather change process. *The International Conference on Information and Digital Technologies 2017*, 2017b, Žilina – Slovakia, 178-182, ISBN 978-1-5090-5688-0
- [26] K. Kołowrocki, E. Kuligowska, J. Soszyńska-Budny, M. Torbicki. Safety and risk prediction of port oil piping transportation system impacted by climate-weather change process. *The International Conference on Information and Digital Technologies 2017*, 2017c, Žilina – Slovakia, 173-177, ISBN 978-1-5090-5688-0
- [27] K. Kołowrocki, E. Kuligowska, J. Soszyńska-Budny, M. Torbicki. Simplified impact model of critical infrastructure safety related to climate-weather change process. *The*

- International Conference on Information and Digital Technologies 2017*, 2017d, Žilina – Slovakia, 187-190, ISBN 978-1-5090-5688-0
- [28] K. Kołowrocki, E. Kuligowska, J. Soszyńska-Budny, M. Torbicki. Oil transport in port Part 0 Port oil piping transportation system safety without outside impacts. *Journal of Polish Safety and Reliability Association, Summer Safety & Reliability Seminars*, 2018a, Gdynia, Vol. 9, No. 2, 1-10, ISSN 2084-5316
- [29] K. Kołowrocki, E. Kuligowska, J. Soszyńska-Budny, M. Torbicki. Oil transport in port Part 1 Port oil piping transportation system safety and resilience impacted by its operation process. *Journal of Polish Safety and Reliability Association, Summer Safety & Reliability Seminars*, 2018b, Gdynia, Vol. 9, No. 2, 11-28, ISSN 2084-5316
- [30] K. Kołowrocki, E. Kuligowska, J. Soszyńska-Budny, M. Torbicki. Oil transport in port Part 2 Port oil piping transportation system safety and resilience impacted by the climate-weather change process. *Journal of Polish Safety and Reliability Association, Summer Safety & Reliability Seminars*, 2018c, Vol. 9, No. 2, 29-42, ISSN 2084-5316
- [31] K. Kołowrocki, E. Kuligowska, J. Soszyńska-Budny, M. Torbicki. Oil transport in port Part 3 Port oil piping transportation system safety and resilience impacted by the climate-weather change process and operation process. *Journal of Polish Safety and Reliability Association, Summer Safety & Reliability Seminars*, 2018d, Gdynia, Vol. 9, No. 2, 43-64, ISSN 2084-5316
- [32] E. Kuligowska, M. Torbicki. Climate-weather change process realizations uniformity testing for port oil piping transportation system operating area. *Proceedings of the 17<sup>th</sup> Applied Stochastic Models and Data Analysis International Conference with Demographics Workshop: ASMDA 2017*, 2017a, London, UK, 631-640.
- [33] E. Kuligowska, M. Torbicki. Identification and prediction of climate-weather change processes for port oil piping transportation system and maritime ferry operation areas after their realisations successful uniformity testing. *Proceedings of the 17<sup>th</sup> Applied Stochastic Models and Data Analysis International Conference with Demographics Workshop: ASMDA 2017*, 2017b, London, UK, 621-630.
- [34] A. Lauge, J. Hernantes, J.M. Sarriegi, Critical infrastructure dependencies: A holistic, dynamic and quantitative approach. *International Journal of Critical Infrastructure Protection*, Vol. 8, 6-23, 2015
- [35] N. Limnios, G. Oprisan. *Semi-Markov Processes and Reliability*. Birkhauser, Boston, 2005
- [36] S. Mercier. Numerical bounds for semi-Markovian quantities and application to reliability. *Methodology and Computing in Applied Probability*, Vol. 10, No 2, 179-198, 2008
- [37] J. Soszyńska. *Systems reliability analysis in variable operation conditions*. PhD Thesis, Gdynia Maritime University-System Research Institute Warsaw, 2007 (in Polish)
- [38] M. Torbicki. Identification and prediction of climate-weather change process for port oil piping transportation system operating area. *Journal of Polish Safety and Reliability Association, Summer Safety & Reliability Seminars*, 2017a, Gdynia, Vol. 8, No. 2, 107-112, ISSN 2084-5316
- [39] US Homeland Security, National Infrastructure Protection Program. Partnering for Critical Infrastructure Security and Resilience, 2013, <https://www.dhs.gov/sites/default/files/publications/national-infrastructure-protection-plan-2013-508.pdf>
- [40] J. Xue. On multistate system analysis, *IEEE Transaction on Reliability*, 34, 329-337, 1985
- [41] J. Xue, K. Yang. Dynamic reliability analysis of coherent multistate systems, *IEEE Transaction on Reliability*, 4 (44), 683-688, 1995