

INSTYTUT BADAŃ SYSTEMOWYCH
POLSKIEJ AKADEMII NAUK

Beata Magryta-Mut

OPTYMALIZACJA KOSZTÓW EKSPLOATACJI
ZŁOŻONYCH, WIELOSTANOWYCH,
STARZEJĄCYCH SIĘ SYSTEMÓW
TECHNICZNYCH

Rozprawa doktorska

Promotor
Dr hab. inż. Jacek Malinowski,
Profesor
Instytut Badań Systemowych
Polskiej Akademii Nauk, Warszawa

WARSZAWA 2023

Podziękowanie

Chciałbym serdecznie podziękować wszystkim, którzy przyczynili się do powstania tej pracy doktorskiej.

Dziękuję mojemu Promotorowi, Profesorowi Instytutu Badań Systemowych Polskiej Akademii Nauk, dr hab. inż. Jackowi Malinowskiemu, za nieocenione wsparcie, fachową wiedzę i cenne wskazówki, które były kluczowe dla mojego rozwoju naukowego.

Dziękuję również mojej rodzinie i przyjaciołom za nieustanne wsparcie, zrozumienie oraz motywację, która napędzała mnie do osiągnięcia celów naukowych.

Spis treści

1	PRZEDMOWA	3
1.1	Wprowadzenie	3
1.2	Stan zagadnienia	5
1.3	Zarys pracy dyplomowej	6
2	KOSZT EKSPLOATACJI GENERYCZNEGO SYSTEMU	7
2.1	Model kosztu eksploatacji systemu w danym przedziale czasu	7
2.1.1	Semi-Markowski model procesu eksploatacji	7
2.1.2	Koszt eksploatacji systemu w danym przedziale czasu	9
2.2	Model kosztu eksploatacji systemu podczas przebywania w danym podzbiorze stanów bezpieczeństwa	10
2.2.1	Model bezpieczeństwa systemu	10
2.2.2	Wpływ procesu eksploatacji systemu na jego bezpieczeństwo	15
2.2.3	Koszt przebywania systemu w podzbiorze stanów bezpieczeństwa	17
3	KOSZT EKSPLOATACJI PORTOWEJ BAZY PALIW ORAZ SYSTEMU TECHNICZNEGO PROMU MORSKIEGO	19
3.1	Analiza kosztu procesu eksploatacji infrastruktury krytycznej portowej bazy paliw	19
3.1.1	Koszt eksploatacji bazy paliw w danym przedziale czasu	19
3.1.1.1	Proces eksploatacji bazy paliw	19
3.1.1.2	Modelowanie kosztu eksploatacji bazy paliw w przedziale czasu	24
3.1.2	Koszt eksploatacji bazy paliw podczas przebywania w danym podzbiorze stanów bezpieczeństwa	26
3.1.2.1	Bezpieczeństwo	26
3.1.2.2	Modelowanie kosztu przebywania bazy paliw w podzbiorze stanów bezpieczeństwa	31
3.2	Analiza kosztu eksploatacji systemu technicznego promu morskiego	34
3.2.1	Koszt eksploatacji promu w danym przedziale czasu	34
3.2.1.1	Proces eksploatacji promu	34
3.2.1.2	Modelowanie kosztu eksploatacji promu w przedziale czasu	39
3.2.2	Koszt eksploatacji promu podczas przebywania w danym podzbiorze stanów bezpieczeństwa	40
3.2.2.1	Bezpieczeństwo	40
3.2.2.2	Modelowanie kosztu przebywania promu w podzbiorze stanów bezpieczeństwa	47
4	OPTIMALIZACJA KOSZTU EKSPLOATACJI GENERYCZNEGO SYSTEMU	53
4.1	Procedura optymalizacji kosztu eksploatacji systemu w danym przedziale czasu	53
4.2	Procedura optymalizacji kosztu eksploatacji systemu podczas przebywania w danym podzbiorze stanów bezpieczeństwa	55

5	OPTYMALIZACJA KOSZTU EKSPLOATACJI PORTOWEJ BAZY PALIW ORAZ SYSTEMU TECHNICZNEGO PROMU MORSKIEGO	58
5.1	Optymalizacja kosztu eksploatacji bazy paliw	58
5.1.1	Optymalizacja z danym przedziałem czasu	58
5.1.2	Optymalizacja z danym podzbiorem stanów bezpieczeństwa	60
5.2	Optymalizacja kosztu eksploatacji promu	62
5.2.1	Optymalizacja z danym przedziałem czasu	62
5.2.2	Optymalizacja z danym podzbiorem stanów bezpieczeństwa	66
6	ŁĄCZNA OPTYMALIZACJA KOSZTU EKSPLOATACJI I BEZPIECZEŃSTWA GENERYCZNEGO SYSTEMU	71
6.1	Bezpieczeństwo systemu przy optymalnym koszcie eksploatacji	71
6.2	Koszt eksploatacji systemu przy optymalnym bezpieczeństwie	71
7	ŁĄCZNA OPTYMALIZACJA KOSZTU EKSPLOATACJI I BEZPIECZEŃSTWA PORTOWEJ BAZY PALIW ORAZ SYSTEMU TECHNICZNEGO PROMU MORSKIEGO	72
7.1	Bezpieczeństwo systemu przy minimalnym koszcie	72
7.1.1	Bezpieczeństwo bazy paliw przy minimalnym koszcie eksploatacji	72
7.1.1.1	Bezpieczeństwo bazy paliw przy minimalnym koszcie eksploatacji w danym przedziale czasu	72
7.1.1.2	Bezpieczeństwo bazy paliw przy minimalnym koszcie eksploatacji w danym podzbiore stanów bezpieczeństwa	74
7.1.1.3	Omówienie wyników	75
7.1.2	Bezpieczeństwo promu przy minimalnym koszcie eksploatacji	77
7.1.2.1	Bezpieczeństwo promu przy minimalnym koszcie eksploatacji w danym przedziale czasu	77
7.1.2.2	Bezpieczeństwo promu przy minimalnym koszcie eksploatacji w danym podzbiore stanów bezpieczeństwa	79
7.1.2.3	Omówienie wyników	82
7.2	Koszt eksploatacji systemu przy maksymalnym bezpieczeństwie	83
7.2.1	Koszt eksploatacji bazy paliw przy maksymalnym bezpieczeństwie	83
7.2.1.1	Koszt eksploatacji bazy paliw w danym przedziale czasu przy maksymalnym bezpieczeństwie	83
7.2.1.2	Koszt eksploatacji bazy paliw w danym podzbiore stanów bezpieczeństwa przy maksymalnym bezpieczeństwie	84
7.2.1.3	Omówienie wyników	85
7.2.2	Koszt eksploatacji promu przy maksymalnym bezpieczeństwie	86
7.2.2.1	Koszt eksploatacji promu w danym przedziale czasu przy maksymalnym bezpieczeństwie	86
7.2.2.2	Koszt eksploatacji promu w danym podzbiore stanów bezpieczeństwa przy maksymalnym bezpieczeństwie	87
7.2.2.3	Omówienie wyników	87
8	PODSUMOWANIE	90
	LITERATURA	92

1 PRZEDMOWA

1.1 Wprowadzenie

Praca poświęcona jest modelowaniu i optymalizacji kosztów eksploatacji złożonych wielo-
stanowych, starzejących się systemów technicznych z uwzględnieniem zmieniających się w
czasie ich stanów eksploatacyjnych i stanów bezpieczeństwa. Celem pracy jest modelowanie
i optymalizacja kosztów eksploatacji takich systemów, ze szczególnym uwzględnieniem
praktycznego wykorzystania wprowadzonych modeli do usprawnienia działania rzeczywi-
stych systemów transportu portowego i morskiego.

W pracy przedstawione zostało własne podejście do modelowania kosztów eksploatacji
złożonego systemu. Dodatkowo wzięto pod uwagę, że proces eksploatacji ma dwa rodzaje
stanów - stany operacyjne (eksploatacyjne) i stany bezpieczeństwa, oraz że będą rozważane
różne koszty warunkowe, przy warunku że ustalony jest stan jednego albo drugiego rodzaju.
Na tej podstawie zaproponowano dwa oryginalne modele kosztów eksploatacji systemu, a
mianowicie: model 1 - całkowitego kosztu eksploatacji systemu w danym przedziale czasu
(koszt w przedziale czasu), oraz model 2 - całkowitego kosztu eksploatacji systemu podczas
przebywania w danym podzbiorze stanów bezpieczeństwa (koszt w podzbiorze stanów
bezpieczeństwa). Model 1 to matematyczna reprezentacja wszystkich kosztów związanych
z utrzymaniem i użytkowaniem danego systemu w danym okresie. Ten model uwzględnia
zarówno koszty bezpośrednie, jak i pośrednie, jakie są ponoszone w trakcie eksploatacji
systemu. Koszty bezpośrednie to te, które są bezpośrednio związane z utrzymaniem i
użytkowaniem systemu w danym przedziale czasu, np. koszty serwisu i napraw, koszty
materiałów eksploatacyjnych czy koszty szkoleń personelu obsługującego system. Nato-
miast koszty pośrednie to koszty, które nie są bezpośrednio związane z użytkowaniem
samego systemu, ale wynikają z jego eksploatacji. Przykłady to koszty energii elektrycznej
zużywanej przez system, koszty związane z ochroną danych czy zabezpieczeniami, a także
ewentualne koszty związane z opóźnieniami w działaniu systemu. Model 2 to matematyczna
reprezentacja wszystkich kosztów związanych z utrzymaniem i użytkowaniem systemu pod-
czas przebywania w danym zbiorze stanów bezpieczeństwa (od chwili wejścia w ten zbiór
do chwili wyjścia z niego). Obejmuje zarówno koszty bezpośrednie i pośrednie związane
z przebywaniem w tych wybranych stanach. Koszty związane z innymi stanami, które
nie należą do danego zbioru stanów bezpieczeństwa, nie są uwzględniane w tym modelu.
Koszty bezpośrednie i pośrednie w danym zbiorze stanów bezpieczeństwa są zdefiniowane
analogicznie jak w modelu 1. Zakładamy, że system może znajdować się w różnych stanach,
z których każdy ma swoje charakterystyczne parametry. Następnie łączymy te stany w
zbiory składające się ze stanów spełniających określone kryteria bezpieczeństwa. Stany
bezpieczeństwa definiujemy w celu klasyfikacji różnych sytuacji i warunków, które mogą
wpłynąć na poziom bezpieczeństwa danego systemu. W kontekście eksploatacji złożo-
nego systemu, możliwe jest zdefiniowanie różnych stanów bezpieczeństwa w zależności od
specyficznych wymagań, charakterystyki i zagrożeń danego systemu. Ważne jest, aby te
stany były jasno określone, aby umożliwić odpowiednie monitorowanie, analizę i reakcję
w celu zapewnienia bezpiecznej eksploatacji złożonego systemu. W pracy wyróżniamy
pięć stanów bezpieczeństwa: pełne bezpieczeństwo, bezpieczeństwo wysokiego poziomu,
bezpieczeństwo średniego poziomu, bezpieczeństwo niskiego poziomu oraz stan zagrożenia.
Przejście systemu z jednego stanu bezpieczeństwa do drugiego może być wynikiem różnych
czynników, zdarzeń lub działań. To, jak system przechodzi między stanami bezpieczeństwa,
zależy od jego specyfiki, charakterystyki oraz od występujących zagrożeń i ryzyk. Przejście

systemu między stanami bezpieczeństwa jest zazwyczaj kontrolowane przez odpowiednie procedury, algorytmy lub systemy sterowania, które działają w oparciu o reguły zapewnienia bezpieczeństwa i odpowiednie kryteria. Natomiast przebywanie w zbiorze stanów bezpieczeństwa odnosi się do czasu, w którym system pozostaje w określonym zbiorze tych stanów. W kontekście modelowania kosztów eksploatacji systemu, "przebywanie w zbiorze stanów bezpieczeństwa" oznacza, że analizujemy tylko stany znajdujące się danym zbiorze. Na przykład, jeśli mamy dwa rodzaje stanów bezpieczeństwa: stan normalnej eksploatacji i stan awaryjny, to możemy podzielić stany bezpieczeństwa na dwa zbiory: zbiór stanów normalnej eksploatacji i zbiór stanów awaryjnych. Przebywanie w pierwszym z nich będzie oznaczało, że analizujemy jedynie te stany, które są związane z normalnym funkcjonowaniem systemu, bez uwzględniania stanów awaryjnych. Analogicznie, przebywanie w zbiorze stanów awaryjnych będzie oznaczało, że analizujemy tylko te stany, które dotyczą sytuacji awaryjnych lub nieprawidłowego działania systemu, bez uwzględniania stanów normalnej eksploatacji.

W praktyce przemysłowej istotna jest optymalizacja kosztów eksploatacji systemu. W pracy zaproponowano wykorzystanie programowania liniowego [Klabjan, 2006] do minimalizacji średniego całkowitego kosztu eksploatacji systemu w danym przedziale lub podczas przebywania w zbiorze stanów bezpieczeństwa nie gorszych niż stan krytyczny, opierając się odpowiednio na modelu 1 lub modelu 2 kosztów eksploatacji systemu. Zastosowanie programowania liniowego pozwala na znalezienie optymalnych prawdopodobieństw granicznych przebywania procesu eksploatacji systemu w poszczególnych stanach eksploatacyjnych. Prawdopodobieństwa graniczne, czyli tzw. "steady state probabilities" (pojęcie używane w kontekście procesów markowskich), czyli prawdopodobieństwa przebywania w poszczególnych stanach po długim czasie od chwili zero. Jak wiadomo, w procesie Markowa prawdopodobieństwa chwilowe (transient probabilities) dążą w nieskończoność do prawdopodobieństw granicznych (steady state probabilities), które są łatwiejsze do wyznaczenia niż te pierwsze. Ponieważ można założyć, że system jest eksploatowany w tzw. długim horyzoncie czasowym, więc po pewnym czasie prawdopodobieństwa chwilowe osiągają wartości zbliżone do granicznych, zatem z praktycznego punktu widzenia istotne są prawdopodobieństwa graniczne. Optymalne wartości prawdopodobieństw granicznych pozwalają zbalansować efektywność eksploatacji systemu z minimalizacją kosztów w kontekście określonych wymagań dotyczących bezpieczeństwa. W obu rozpatrywanych przypadkach optymalizacji kosztów zaproponowano sposoby modyfikacji procesu eksploatacji w celu minimalizacji jego całkowitego kosztu. Owe modyfikacje polegają na optymalizacji powyższych prawdopodobieństw granicznych, umożliwiając operatorowi systemu dostosowanie granicznych prawdopodobieństw chwilowych poprzez regulowanie czasu przebywania procesu $Z(t)$ w poszczególnych stanach (może ten czas wydłużać lub skracać). Ponadto przedstawiono łączną optymalizację kosztów eksploatacji systemu i jego bezpieczeństwa. Maksymalizacja bezpieczeństwa polega na maksymalizacji czasu przebywania systemu w podzbiorze stanów bezpieczeństwa nie gorszych niż stan krytyczny i jest osiągana poprzez odpowiedni dobór prawdopodobieństw granicznych. Wyznaczane są wtedy również pozostałe wskaźniki bezpieczeństwa (przy maksymalnym powyższym czasie). Są to: oczekiwane czasy przebywania w osobnych stanach bezpieczeństwa, funkcja ryzyka, moment, w którym funkcja ryzyka przekroczy dozwolony poziom, przybliżone intensywności starzenia się, współczynniki wpływu procesu eksploatacji na bezpieczeństwo oraz współczynnik odporności. W kontekście optymalizacji bezpieczeństwa, maksymalizacja czasu przebywania systemu w określonym podzbiorze stanów bezpieczeństwa jest kluczowa, ale równie istotne jest uwzględnienie innych charakterystyk bezpieczeństwa.

Pozostałe wskaźniki bezpieczeństwa są obliczane, aby dostarczyć kompleksowej oceny stanu bezpieczeństwa systemu i zidentyfikować obszary, które mogą wymagać dodatkowej uwagi lub optymalizacji. Natomiast procedura łącznej optymalizacji kosztów eksploatacji i bezpieczeństwa jest realizowana na dwa sposoby. Pierwszy sposób zakłada, że najpierw dokonuje się minimalizacji kosztów eksploatacji, a następnie określa warunkowy średni czas przebywania systemu w podzbiorze stanów bezpieczeństwa nie gorszych niż stan krytyczny, wraz z innymi wskaźnikami bezpieczeństwa. W skrócie, ta procedura w pierwszej kolejności dąży do zminimalizowania kosztów, a później określa średni czas pobytu w zbiorze stanów nie gorszych niż krytyczny, przy warunku, że koszt jest minimalny. Drugi sposób łącznej optymalizacji kosztów i bezpieczeństwa opiera się na tym, że w pierwszej kolejności dokonuje się maksymalizacji bezpieczeństwa systemu, a następnie określa warunkowy całkowity koszt eksploatacji w danym przedziale czasu. Alternatywnie, wyznacza warunkowy całkowity koszt eksploatacji podczas przebywania systemu w podzbiorze stanów bezpieczeństwa nie gorszych niż stan krytyczny, wraz z odpowiadającymi maksymalnemu bezpieczeństwu kosztami eksploatacji w pozostałych podzbiórach stanów bezpieczeństwa. W skrócie, ta procedura w pierwszej kolejności dąży do maksymalizacji bezpieczeństwa, a następnie określa koszty, spełniając warunek maksymalnego bezpieczeństwa. Proponowane procedury oddzielnej i łącznej minimalizacji kosztów procesu eksploatacji oraz maksymalizacji bezpieczeństwa mogą być zastosowane w optymalizacji kosztów eksploatacji i bezpieczeństwa różnych złożonych systemów. Wyniki uzyskane w pracy zastosowane do optymalizacji kosztów eksploatacji i bezpieczeństwa złożonych systemów i infrastruktury krytycznych mogą wpłynąć na poprawę efektywności tych systemów poprzez zaproponowanie nowych strategii ich eksploatacji.

1.2 Stan zagadnienia

Dotychczasowe badania w dziedzinie kosztów eksploatacji złożonych wielostanowych, starzejących się systemów technicznych [Bautista et al., 2020; Brunelle, Kapur, 1999; Kossow, Preuss, 1995; Kvassay et al., 2020; Li, Pham, 2005; Wang et al., 2011; Yingkui, Jing, 2012; Zaitseva, Levashenko, 2017], skupiały się na analizie i doskonaleniu strategii optymalizacyjnych mających na celu minimalizację kosztów eksploatacji, przy jednoczesnym zachowaniu odpowiedniej wydajności, niezawodności i bezpieczeństwa tych systemów. Ta dziedzina badań ma kluczowe znaczenie dla wielu branż, w których systemy techniczne muszą być eksploatowane przez długie okresy czasu, a starzenie się i degradacja mają wpływ na koszty utrzymania i działania [Adeli, Sarma, 2006; Milan et al., 2012; Xiaomo, Hojjat, 2003; Zheng, Ng, 2005]. Literatura poświęcona optymalizacji kosztów eksploatacji systemów technicznych często zawiera wprowadzenie do podstaw kosztów eksploatacji i ich klasyfikacji. Przykładowo, definicje i sposoby klasyfikacji kosztów eksploatacji zostały przedstawione w normie technicznej PAS 55:2008 oraz w publikacjach [Bull, 2003; Dhilon, 2009; Gransberg, 2010]. Przedstawiane są również modele matematyczne [Wang, 2004] i procedury optymalizacji kosztów [Nicolai, Dekker, 2008; Shahriari, 2008, Chen et al., 2018]. Badania opisane w przytoczonej literaturze skupiają się na opracowaniu zaawansowanych modeli matematycznych, które reprezentują funkcje celu zadań optymalizacji kosztów eksploatacji złożonych wielostanowych systemów technicznych. Modele uwzględniają zarówno koszty bezpośrednie, takie jak koszty naprawy, serwisu, utrzymania, jak i koszty pośrednie, takie jak koszty wynikające z wydajności, zużycia energii, bezpieczeństwa i zgodności z przepisami. Wszystkie powyższe przykłady z literatury podkreślają znaczenie definicji i klasyfikacji kosztów eksploatacji w kontekście zarządzania systemami. Wiedza na

temat różnych kategorii kosztów pozwala na identyfikację kluczowych obszarów, w których możliwe jest optymalizowanie kosztów eksploatacji i podejmowanie strategicznych decyzji w celu zwiększenia efektywności i oszczędności.

Podstawę rozważanego w pracy modelowania i optymalizacji kosztów eksploatacji i bezpieczeństwa systemu stanowią własne wyniki autorki [Magryta-Mut, 2020, 2022, 2023]. W pracy wykorzystano modele analityczne i procedury analizy kosztów eksploatacji oraz bezpieczeństwa złożonego, wielostanowego starzejącego się systemu technicznego [Kołowrocki, 2014; Kołowrocki, Magryta, 2020a–b; Kołowrocki, Magryta-Mut, 2020; Magryta, 2020]. Zaproponowano ich oddzielną optymalizację [Kołowrocki, Magryta, 2020a–b; Kołowrocki, Magryta-Mut, 2021a–b], przy wykorzystaniu programowania liniowego [Klabjan, Adelman, 2006] oraz oryginalnie rozwinięto ich łączną optymalizację [Kołowrocki, Magryta-Mut, 2022a–b; Magryta-Mut, 2022] w celu minimalizacji kosztów eksploatacji wielostanowego starzejącego się systemu oraz maksymalizacji jego bezpieczeństwa.

1.3 Zarys pracy dyplomowej

Praca składa się z przedmowy, rozdziałów 2-7, podsumowania i bibliografii. Przedmowa stanowiąca rozdział 1 obejmuje wstęp, stan zagadnienia oraz zarys pracy. W rozdziale 2 przedstawiono podejście do modelowania kosztów eksploatacji systemu. Zaproponowano dwa modele kosztu eksploatacji systemu. Mianowicie, model 1 - całkowitego kosztu eksploatacji systemu w danym przedziale czasu oraz model 2 - całkowitego kosztu eksploatacji systemu podczas przebywania w danym podzbiorze stanów bezpieczeństwa. Modele te zastosowano do analizy kosztów eksploatacji infrastruktury krytycznej portowej bazy paliw oraz systemu technicznego promu morskiego. Rozdział 3 poświęcony jest części praktycznej. Przedstawiono analizę kosztów przykładowych rzeczywistych złożonych systemów technicznych, tj. infrastruktury krytycznej portowej bazy paliw oraz systemu technicznego promu morskiego. Rozdział 4 dotyczy optymalizacji kosztu eksploatacji złożonego systemu technicznego. Zaproponowano wykorzystanie programowania liniowego do minimalizacji średniego całkowitego kosztu eksploatacji systemu w danym przedziale czasu oraz minimalizacji średniego całkowitego kosztu eksploatacji systemu podczas przebywania w danym podzbiorze stanów bezpieczeństwa nie gorszych niż stan krytyczny, opierając się odpowiednio na modelach 1 i 2 kosztów eksploatacji systemu, przedstawionych w rozdziale 2. W rozdziale 5 zaproponowane procedury optymalizacji kosztu eksploatacji systemu zostały zastosowane do znalezienia minimalnych wartości kosztów eksploatacji analizowanych w pracy przykładowych rzeczywistych systemów technicznych. Otrzymane minimalne koszty eksploatacji tych systemów porównano z ich wartościami przed optymalizacją. W rozdziale 6 przedstawiono łączną analizę kosztów eksploatacji systemu i optymalizacji jego bezpieczeństwa. W rozdziale 7 zaproponowane procedury łącznej optymalizacji kosztu eksploatacji i bezpieczeństwa systemu zostały zastosowane do analizowanych w pracy systemów transportu portowego i morskiego. Pracę kończy podsumowanie, które zawiera ocenę uzyskanych wyników oraz perspektywa dalszych badań w tematyce pracy. Na końcu znajduje się odpowiednia dla tematyki pracy bibliografia.

2 KOSZT EKSPLOATACJI GENERYCZNEGO SYSTEMU

2.1 Model kosztu eksploatacji systemu w danym przedziale czasu

2.1.1 Semi-Markowski model procesu eksploatacji

Zakładamy, że złożony, wielostanowy, starzejący się system może znajdować się podczas eksploatacji w jednym z ν , $\nu \in N$ różnych stanów eksploatacyjnych z_1, z_2, \dots, z_ν . Zdefiniujemy proces eksploatacji $Z(t)$, $t \geq 0$, tego systemu jako proces semimarkowski z dyskretnym zbiorem stanów $A = \{z_1, z_2, \dots, z_\nu\}$ [Grabski, 2002; Habibullah, et al., 2009; Kołowrocki, 2014; Kołowrocki, Soszyńska, 2010a; Mercier, 2008]. Wówczas, $Z(t)$ może zostać określony poprzez następujące atrybuty:

- warunkowe czasy θ_{bl} , przebywania w stanach z_b , $b = 1, 2, \dots, \nu$, przy warunku, że następnym stanem eksploatacyjnym jest z_l , $b, l = 1, 2, \dots, \nu$, $b \neq l$,
- wektor prawdopodobieństw początkowych przebywania $Z(t)$ w poszczególnych stanach w chwili początkowej $t = 0$

$$[p_b(0)]_{1 \times \nu} = [p_1(0), p_2(0), \dots, p_\nu(0)]; \quad (2.1)$$

gdzie

$$p_b(0) = P(Z(0) = z_b), \quad b = 1, 2, \dots, \nu,$$

- macierz prawdopodobieństw przejść między poszczególnymi stanami

$$[p_{bl}]_{\nu \times \nu} = \begin{bmatrix} p_{11} & p_{12} & \dots & p_{1\nu} \\ p_{21} & p_{22} & \dots & p_{2\nu} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ p_{\nu 1} & p_{\nu 2} & \dots & p_{\nu \nu} \end{bmatrix}, \quad (2.2)$$

gdzie p_{bl} , jest prawdopodobieństwem, że następny stan to z_l , jeśli obecny stan to z_b , $b \neq l$, oraz $p_{bb} = 0$ dla $b = 1, 2, \dots, \nu$,

- macierz dystrybuant,

$$[H_{bl}(t)]_{\nu \times \nu} = \begin{bmatrix} H_{11}(t) & H_{12}(t) & \dots & H_{1\nu}(t) \\ H_{21}(t) & H_{22}(t) & \dots & H_{2\nu}(t) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ H_{\nu 1}(t) & H_{\nu 2}(t) & \dots & H_{\nu \nu}(t) \end{bmatrix}, \quad (2.3)$$

gdzie

$$H_{bl}(t) = P(\theta_{bl} < t), \quad t \geq 0, \quad b, l = 1, 2, \dots, \nu, \quad b \neq l,$$

natomiast θ_{bl} jest warunkowym czasem przebywania w stanie z_b przy warunku, że następne przejście nastąpi do stanu z_l , $b, l = 1, 2, \dots, \nu$, $b \neq l$, oraz

$$H_{bb}(t) = 0 \quad \text{dla } b = 1, 2, \dots, \nu.$$

Równoważnie, macierz $[H_{bl}(t)]_{vxv}$ można zastąpić przez macierz warunkowych funkcji gęstości

$$[h_{bl}(t)]_{vxv} = \begin{bmatrix} h_{11}(t) & h_{12}(t) & \dots & h_{1v}(t) \\ h_{21}(t) & h_{22}(t) & \dots & h_{2v}(t) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ h_{v1}(t) & h_{v2}(t) & \dots & h_{vv}(t) \end{bmatrix}, \quad (2.4)$$

gdzie

$$h_{bl}(t) = \frac{d}{dt}[H_{bl}(t)] \text{ dla } b, l = 1, 2, \dots, \nu, b \neq l,$$

oraz

$$h_{bb}(t) = 0 \text{ dla } b = 1, 2, \dots, \nu.$$

Typowe rozkłady używane do modelowania procesu $Z(t)$ podane są w [GMU *Safety Interactive Platform*, 2018].

Znajomość parametrów procesu eksploatacji systemu daje możliwość znalezienia jego głównych wymienionych poniżej charakterystyk.

Przy powyższych założeniach, wartości średnie (wartości oczekiwane) warunkowych czasów przebywania procesu $Z(t)$ w poszczególnych stanach eksploatacyjnych [Kołowrocki, Soszyńska, 2010a] określone są wzorem

$$M_{bl} = \int_0^{\infty} t dH_{bl}(t) = \int_0^{\infty} t h_{bl}(t) dt, \quad b, l = 1, 2, \dots, \nu, b \neq l. \quad (2.5)$$

Ze wzoru na prawdopodobieństwo całkowite wynika, że dystrybuanty bezwarunkowych czasów θ_b , $b = 1, 2, \dots, \nu$, przebywania procesu $Z(t)$ w stanach z_{bl} , $b = 1, 2, \dots, \nu$, określone są wzorem

$$H_b(t) = \sum_{l=1}^{\nu} p_{bl} H_{bl}(t), \quad b = 1, 2, \dots, \nu. \quad (2.6)$$

Natomiast, wartości średnie

$$M_b = E[\theta_b], \quad b = 1, 2, \dots, \nu,$$

bezwartunkowych czasów przebywania procesu $Z(t)$ w poszczególnych stanach określone są wzorem

$$M_b = \sum_{l=1}^{\nu} p_{bl} M_{bl}, \quad b = 1, 2, \dots, \nu, \quad (2.7)$$

gdzie p_{bl} , $b, l = 1, 2, \dots, \nu, b \neq l$, są zdefiniowane w (2.2) oraz M_{bl} , $b, l = 1, 2, \dots, \nu, b \neq l$, są zdefiniowane w (2.5).

Graniczne wartości chwilowych prawdopodobieństw przebywania procesu $Z(t)$ w poszczególnych stanach [Grabski, 2002; Habibullah, et al., 2009; Kołowrocki, 2014; Kołowrocki, Soszyńska, 2010a; Mercier, 2008; Limnios, Oprisan, 2005], czyli prawdopodobieństw

$$p_b(t) = P(Z(t) = z_b), \quad t \geq 0, \quad b = 1, 2, \dots, \nu,$$

są określone przez

$$p_b = \lim_{t \rightarrow \infty} p_b(t) = \frac{\pi_b M_b}{\sum_{l=1}^{\nu} \pi_l M_l}, \quad b = 1, 2, \dots, \nu, \quad (2.8)$$

gdzie prawdopodobieństwa π_b , $b = 1, 2, \dots, \nu$, występujące we wzorze (2.8) spełniają następujący układ równań

$$\begin{cases} [\pi_b] = [\pi_b][p_{bl}] \\ \sum_{l=1}^{\nu} \pi_l = 1. \end{cases} \quad (2.9)$$

Inną, interesującą cechą procesu eksploatacji, możliwą do oszacowania, jest łączny czas

$$\hat{\theta}_b, \quad b = 1, 2, \dots, \nu,$$

przebywania w stanie z_b , $b = 1, 2, \dots, \nu$, w przedziale czasu o długości θ , $\theta \gg 0$, $b = 1, 2, \dots, \nu$. A mianowicie, te łączne czasy przebywania procesu eksploatacji w poszczególnych stanach przy wystarczająco długim czasie eksploatacji mają w przybliżeniu rozkład normalny o wartości oczekiwanej określonej przez [Grabski, 2002; Habibullah, et al., 2009; Kołowrocki, 2014; Kołowrocki, Soszyńska, 2010a; Mercier, 2008; Limnios, Oprisan, 2005]

$$\hat{M}_b = E[\hat{\theta}_b] = p_b \theta, \quad b = 1, 2, \dots, \nu, \quad (2.10)$$

gdzie p_b , są wyrażone przez (2.8).

2.1.2 Koszt eksploatacji systemu w danym przedziale czasu

Zakładamy, że poszczególne stany eksploatacyjne mają wpływ na strukturę funkcjonalną oraz strukturę bezpieczeństwa systemu, a także koszt jego eksploatacji. Oznacza to, że ta struktura może zmieniać się w zależności od aktualnego stanu, w jakim znajduje się system. Struktura funkcjonalna systemu obejmuje organizację i interakcje między jego różnymi elementami, modułami lub komponentami, które współpracują w celu osiągnięcia określonych celów.

W praktyce, w miarę zmiany stanu eksploatacyjnego, system może dostosowywać swoją strukturę funkcjonalną w celu utrzymania lub poprawy efektywności, bezpieczeństwa, czy innych kluczowych parametrów.

Definiujemy chwilowy koszt eksploatacji systemu poprzez wektor

$$\mathbf{C}(t, \cdot) = [[\mathbf{C}(t)]^{(1)}, [\mathbf{C}(t)]^{(2)}, \dots, [\mathbf{C}(t)]^{(\nu)}], \quad t \geq 0, \quad (2.11)$$

ze składowymi

$$[\mathbf{C}(t)]^{(b)}, \quad t \geq 0, \quad b = 1, 2, \dots, \nu, \quad (2.12)$$

które są warunkowymi chwilowymi kosztami eksploatacji systemu pod warunkiem, że system znajduje się w jednym z poszczególnych stanów eksploatacyjnych z_b , $b = 1, 2, \dots, \nu$. Zakładamy, że całkowity koszt eksploatacji systemu w przedziale czasu $[0, \theta]$ zależy od jego kosztów chwilowych (2.12) w poszczególnych stanach z_b , $b = 1, 2, \dots, \nu$.

Zależność ta jest określona następującym wzorem:

$$\hat{C}(\theta) = \sum_{b=1}^{\nu} p_b [\hat{C}(\theta)]^{(b)}, \quad \theta > 0, \quad (2.13)$$

gdzie p_b , $b = 1, 2, \dots, \nu$, są granicznymi wartościami prawdopodobieństw chwilowych przebywania systemu w stanach eksploatacyjnych określonych wzorami (2.8)-(2.9) oraz

$$[\hat{C}(\theta)]^{(b)} = \int_0^{\hat{M}_b} [C(t)]^{(b)} dt, \theta > 0, b = 1, 2, \dots, \nu, \quad (2.14)$$

są wartościami całkowitych kosztów eksploatacji systemu w stanach z_b , $b = 1, 2, \dots, \nu$, w przedziale czasu $[0, \theta]$, gdzie \hat{M}_b , $b = 1, 2, \dots, \nu$, są określone wzorem (2.10) natomiast $[C(t)]^{(b)}$, $t \geq 0$, $b = 1, 2, \dots, \nu$, są zdefiniowane przez (2.12).

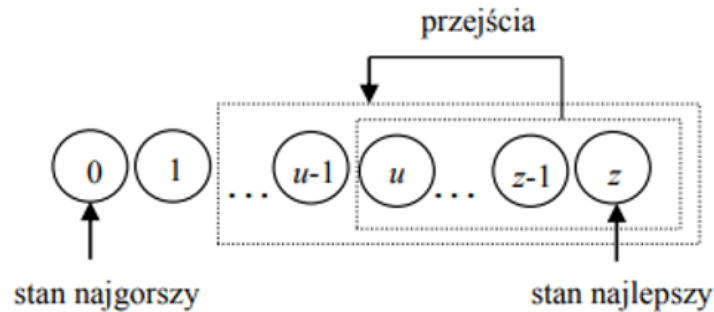
2.2 Model kosztu eksploatacji systemu podczas przebywania w danym podzbiore stanów bezpieczeństwa

2.2.1 Model bezpieczeństwa systemu

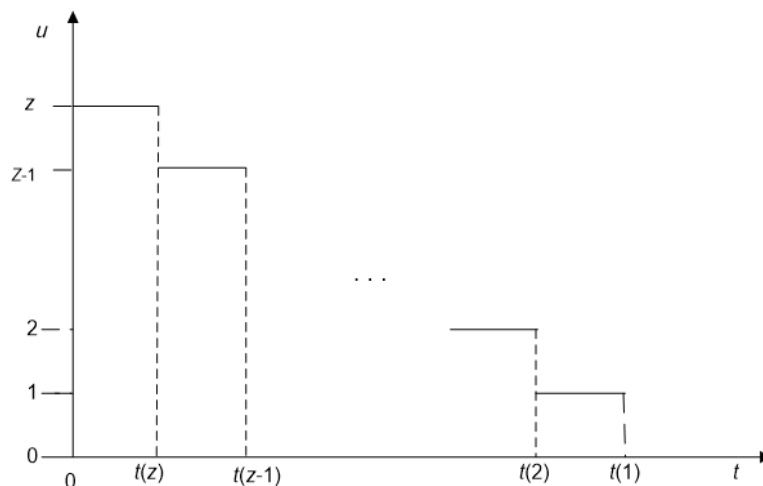
W analizie bezpieczeństwa systemu wielostanowego, podobnie jak w analizie niezawodności takiego systemu [Kołowrocki, Soszyńska-Budny, 2011/2015], w celu zdefiniowania funkcji bezpieczeństwa systemu z degradującymi/starzejącymi się elementami przyjmujemy, że [Kołowrocki, Soszyńska-Budny, 2011/2015; Kołowrocki, Soszyńska-Budny, 2018; Magryta-Mut, 2023]:

- n jest liczbą elementów systemu;
- E_i , $i = 1, 2, \dots, n$, są elementami systemu;
- wszystkie rozważane elementy oraz system mają zbiór stanów bezpieczeństwa $B = \{0, 1, \dots, z\}$, $z \geq 1$;
- stany bezpieczeństwa są uporządkowane: 0 jest stanem najgorszym, natomiast stan z jest najlepszym;
- r , $r \in \{1, 2, \dots, z\}$, jest krytycznym stanem bezpieczeństwa (system i jego elementy pozostające w stanach bezpieczeństwa niższych niż stan krytyczny, tj. stany 0, 1, 2, ..., $r - 1$, są niebezpieczne dla systemu, poszczególnych elementów oraz środowiska operacyjnego);
- $T_i(u)$, $i = 1, 2, \dots, n$, są niezależnymi zmiennymi losowymi, reprezentującymi czas przebywania elementu E_i w podzbiore stanów bezpieczeństwa $\{u, u+1, \dots, z\}$, $u = 0, 1, 2, \dots, z$, jeśli elementy te w chwili z znajdowały się w stanie $t = 0$;
- $T(u)$ jest zmienną losową reprezentującą czas przebywania systemu w podzbiore stanów bezpieczeństwa $\{u, u+1, \dots, z\}$, $u = 0, 1, 2, \dots, z$, przy założeniu, że w chwili $t = 0$ system znajduje się w stanie z ;
- stany bezpieczeństwa systemu oraz elementów pogarszają się wraz z upływem czasu t ;
- $s_i(t)$ jest stanem bezpieczeństwa elementu E_i , $i = 1, 2, \dots, n$, w chwili t , $t \geq 0$, jeśli element ten w chwili $t = 0$ znajdował się w stanie bezpieczeństwa z ;
- $s(t)$ jest stanem bezpieczeństwa systemu S w chwili t , $t \geq 0$, jeśli system w chwili $t = 0$ znajdował się w stanie bezpieczeństwa z .

Powyższe założenia oznaczają, że stany bezpieczeństwa systemu o starzejących się w czasie elementach mogą zmieniać się tylko z lepszych na gorsze, niekoniecznie sąsiednie [Kołowrocki, Soszyńska-Budny, 2011/2015; Kołowrocki, Soszyńska-Budny, 2018]. Ilustrują to rysunki 2.1 i 2.2.



Rysunek 2.1: Zmiany stanów bezpieczeństwa systemu złożonego z elementów starzejących się w czasie.



Rysunek 2.2: Relacje pomiędzy realizacjami zmiennych losowych $T(u)$, $u = 1, 2, \dots, z$, w podzbiorach stanów bezpieczeństwa $\{u, u + 1, \dots, z\}$, $u = 1, 2, \dots, z$.

Następnie zdefiniujemy wskaźniki bezpieczeństwa, wprowadzając poniższe definicje oznaczone numerami 1-8. Celem tych definicji jest zrozumienie, analiza i kontrola bezpieczeństwa systemów wielostanowych, co ma kluczowe znaczenie w dziedzinach takich jak inżynieria systemów, zarządzanie ryzykiem, utrzymanie ruchu oraz bezpieczeństwo przemysłowe. Analiza takich funkcji i parametrów umożliwia podejmowanie informowanych decyzji dotyczących utrzymania i ulepszania systemów, zwłaszcza w kontekście zmian warunków eksploatacyjnych czy zagrożeń zewnętrznych.

Definicja 1

Funkcję bezpieczeństwa systemu wielostanowego określamy następującym wektorem [Kołowrocki, Soszyńska-Budny, 2011/2015; Kołowrocki, Soszyńska-Budny, 2018; Magryta-Mut, 2023]

$$\mathbf{S}(t, \cdot) = [\mathbf{S}(t, 1), \mathbf{S}(t, 2), \dots, \mathbf{S}(t, z)], \quad t \geq 0, \quad (2.15)$$

gdzie

$$\mathbf{S}(t, u) = P(s(t) \geq u \mid s(0) = z) = P(T(u) > t), \quad t \geq 0, \quad u = 1, 2, \dots, z, \quad (2.16)$$

jest prawdopodobieństwem tego, że w chwili t , $t \geq 0$, system znajduje się w podzbiorze stanów bezpieczeństwa $\{u, u + 1, \dots, z\}$, $u = 1, 2, \dots, z$, jeśli w chwili $t = 0$ system znajduje się w stanie z .

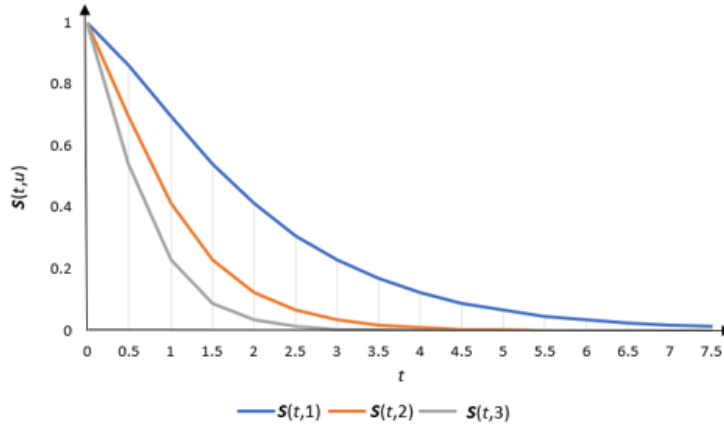
Funkcje bezpieczeństwa $\mathbf{S}(t, u)$, $t \geq 0$, $u = 1, 2, \dots, z$, określone wzorem (2.16) nazywamy składowymi funkcjami bezpieczeństwa systemu $\mathbf{S}(t, \cdot)$, $t \geq 0$, określonej wektorem (2.15). Zatem zależność między dystrybuantą $\mathbf{F}(t, u)$, czasu przebywania systemu w podzbiorze stanów bezpieczeństwa $\{u, u + 1, \dots, z\}$, $u = 1, 2, \dots, z$, a współrzędną $\mathbf{S}(t, u)$, $t \geq 0$, $u = 1, 2, \dots, z$, jego funkcji bezpieczeństwa jest dana wzorem

$$\mathbf{F}(t, u) = P(T(u) \leq t) = 1 - P(T(u) > t) = 1 - \mathbf{S}(t, u), \quad t \geq 0, \quad u = 1, 2, \dots, z.$$

Przykładowy wykres funkcji bezpieczeństwa systemu 4–stanowego ($z = 3$)

$$\mathbf{S}(t, \cdot) = [\mathbf{S}(t, 1), \mathbf{S}(t, 2), \mathbf{S}(t, 3)], \quad t \geq 0,$$

przedstawiony jest na rysunku 2.3.



Rysunek 2.3: Wykres funkcji bezpieczeństwa systemu 4–stanowego ($z = 3$).

Definicja 2

Prawdopodobieństwo, że system w chwili t znajduje się w podzbiorze stanów bezpieczeństwa gorszych niż stan krytyczny r , $r \in \{1, 2, \dots, z\}$, jeśli w chwili $t = 0$ znajdował się w stanie bezpieczeństwa z , jest dane następującym wzorem:

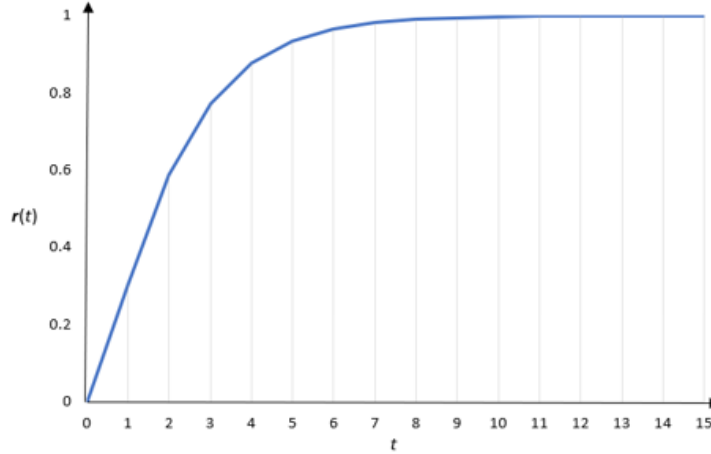
$$r(t) = P(s(t) < r \mid s(0) = z) = P(T(r) \leq t), \quad t \geq 0, \quad (2.17)$$

Prawdopodobieństwo to nazywamy funkcją ryzyka systemu. Wyznacza ją funkcja bezpieczeństwa systemu, a mianowicie [Kołowrocki, Soszyńska-Budny, 2011/2015; Kołowrocki, Soszyńska-Budny, 2018b]

$$\mathbf{r}(t) = 1 - \mathbf{S}(t, r), \quad t \geq 0, \quad (2.18)$$

gdzie $\mathbf{S}(t, r)$ jest składową funkcji bezpieczeństwa określonej wektorem (2.15), daną wzorem (2.16) dla $u = r$.

Przykładowy wykres funkcji ryzyka systemu przedstawiony jest na rysunku 2.4



Rysunek 2.4: Wykres funkcji ryzyka systemu.

Definicja 3

Moment τ , w którym funkcja ryzyka systemu przekroczy dozwolony poziom δ , $\delta \in (0, 1)$, określamy wzorem

$$\tau = \mathbf{r}^{-1}(\delta), \quad (2.19)$$

gdzie $\mathbf{r}^{-1}(t)$, $t \geq 0$, jest funkcją odwrotną funkcji ryzyka $\mathbf{r}(t)$, $t \geq 0$, określonej wzorem (2.18).

Definicja 4

Intensywność starzenia się systemu, tj. intensywność wyjścia z podzbioru stanów bezpieczeństwa $\{u, u + 1, \dots, z\}$, $u = 1, 2, \dots, z$, określamy wzorem

$$\lambda(t, \geq u) = \frac{-\frac{d\mathbf{S}(t, u)}{dt}}{\mathbf{S}(t, u)}, \quad t \geq 0, \quad u = 1, 2, \dots, z, \quad (2.20)$$

gdzie $\mathbf{S}(t, u)$, $u = 1, 2, \dots, z$, jest składową funkcji bezpieczeństwa systemu, daną wzorem (2.16), natomiast $\frac{d\mathbf{S}(t, u)}{dt}$ jest pochodną tej składowej.

Definicja 5

Przybliżoną intensywność starzenia się systemu wielostanowego określamy wzorem

$$\lambda(\geq u) = \frac{1}{\mu(\geq u)}, \quad u = 1, 2, \dots, z, \quad (2.21)$$

gdzie

$$\mu(\geq u), \quad u = 1, 2, \dots, z,$$

jest wartością oczekiwaną czasu przebywania systemu w podzbiorze stanów bezpieczeństwa $\{u, u + 1, \dots, z\}$, $u = 1, 2, \dots, z$, określoną wzorem

$$\mu(\geq u) = \int_0^\infty S(t, u) dt$$

Definicja 6

Współczynnik wpływu warunków zewnętrznych na bezpieczeństwo wielostanowego starzejącego się systemu określamy wzorami

$$\rho(t, \geq u) = \frac{\lambda(t, \geq u)}{\lambda^0(t, \geq u)}, \quad t \geq 0, \text{ lub } \rho(\geq u) = \frac{\lambda(\geq u)}{\lambda^0(\geq u)}, \quad u = 1, 2, \dots, z, \quad (2.22)$$

gdzie $\lambda(t, \geq u)$, $t \geq 0$ oraz $\lambda(\geq u)$, $u = 1, 2, \dots, z$ są intensywnościami starzenia się systemu z uwzględnieniem oddziaływań zewnętrznych, wyznaczonymi odpowiednio z (2.20) i (2.21), natomiast $\lambda^0(t, \geq u)$, $t \geq 0$ i $\lambda^0(\geq u)$, $u = 1, 2, \dots, z$ są ich odpowiednikami bez uwzględnienia oddziaływań zewnętrznych.

Definicja 7

Współczynnik odporności wielostanowego systemu starzejącego się na istniejące oddziaływania zewnętrzne, określamy wzorami

$$RI(t, \geq u) = \frac{1}{\rho(t, \geq u)}, \quad t \geq 0, \text{ lub } RI(\geq u) = \frac{1}{\rho(\geq u)}, \quad u = 1, 2, \dots, z, \quad (2.23)$$

gdzie $\rho(t, \geq u)$, $t \geq 0$ oraz $\rho(\geq u)$, $u = 1, 2, \dots, z$ są odpowiednio współczynnikami wpływu na bezpieczeństwo systemu określonymi przez (2.22). Zgodnie z intuicją, odporność jest odwrotnością miary wpływu.

Definicja 8

Funkcję bezpieczeństwa elementu E_i , $i = 1, 2, \dots, n$, systemu wielostanowego określamy wektorem

$$S_i(t, \cdot) = [S_i(t, 1), S_i(t, 2), \dots, S_i(t, z)], \quad t \geq 0,$$

gdzie

$$S_i(t, u) = P(s_i(t) \geq u \mid s_i(0) = z) = P(T_i(u) > t), \quad t \geq 0, \quad u = 1, 2, \dots, z,$$

jest prawdopodobieństwem tego, że w chwili $t > 0$ element E_i znajduje się w stanie ze zbioru $\{u, u + 1, \dots, z\}$, $u = 1, 2, \dots, z$, jeżeli w chwili $t = 0$ znajdował się w stanie bezpieczeństwa z .

Funkcja bezpieczeństwa $S_i(t, \cdot)$, $t \geq 0$, $i = 1, 2, \dots, n$, elementu E_i , $i = 1, 2, \dots, n$, jest kawałkami wykładnicza, jeśli jej składowe są określone następująco:

$$S_i(t, u) = \exp[-\lambda_i(u)t], \quad t \geq 0, \quad u = 1, 2, \dots, z, \quad i = 1, 2, \dots, n,$$

gdzie $\lambda_i(u)$, $i = 1, 2, \dots, n$, jest intensywnością wyjścia elementu E_i , $i = 1, 2, \dots, n$, z podzbioru stanów bezpieczeństwa $\{u, u + 1, \dots, z\}$, $u = 1, 2, \dots, z$.

Pozostałe parametry oraz charakterystyki bezpieczeństwa elementów określamy podobnie jak dla całego systemu wielostanowego.

2.2.2 Wpływ procesu eksploatacji systemu na jego bezpieczeństwo

Zakładamy, że proces eksploatacji, a dokładnie – zmiany stanów eksploatacyjnych, mają wpływ na bezpieczeństwo systemu jako całości, oraz na bezpieczeństwo poszczególnych elementów. Niech

$$[T_i(u)]^{(b)}, \quad u = 1, 2, \dots, z, \quad b = 1, 2, \dots, \nu, \quad i = 1, 2, \dots, n,$$

oznacza warunkowy czas przebywania elementu E_i , $i = 1, 2, \dots, n$, w podzbiorze stanów bezpieczeństwa $\{u, u + 1, \dots, z\}$, $u = 1, 2, \dots, z$, pod warunkiem, że proces $Z(t)$ znajduje się w stanie eksploatacyjnym z_b , $b = 1, 2, \dots, \nu$.

Następnie definiujemy warunkowe funkcje bezpieczeństwa elementów systemu w stanach eksploatacyjnych z_b , $b = 1, 2, \dots, \nu$, określając je wektorem

$$[S_i(t, \cdot)]^{(b)} = [[S_i(t, 1)]^{(b)}, \dots, [S_i(t, z)]^{(b)}], \quad t \geq 0, \quad b = 1, 2, \dots, \nu, \quad i = 1, 2, \dots, n, \quad (2.24)$$

którego składowe są określone następująco

$$[S_i(t, u)]^{(b)} = P([T_i(u)]^{(b)} > t | Z(t) = z_b), \quad t \geq 0, \quad u = 1, 2, \dots, z, \quad b = 1, 2, \dots, \nu, \quad i = 1, 2, \dots, n. \quad (2.25)$$

$[S_i(t, u)]^{(b)}$ są prawdopodobieństwami tego, że warunkowy czas $[T_i(u)]^{(b)}$ przebywania elementu, E_i , $i = 1, 2, \dots, n$, w stanach bezpieczeństwa ze zbioru $\{u, u + 1, \dots, z\}$, $u = 1, 2, \dots, z$, pod warunkiem, że proces $Z(t)$ znajduje się w stanie z_b , $b = 1, 2, \dots, \nu$, jest nie krótszy niż t .

Analogicznie postępujemy w przypadku całego systemu. Oznaczamy przez $[T(u)]^{(b)}$, $u = 1, 2, \dots, z$, $b = 1, 2, \dots, \nu$, warunkowy czas przebywania systemu w stanach bezpieczeństwa ze zbioru $\{u, u + 1, \dots, z\}$, $u = 1, 2, \dots, z$, pod warunkiem, że system jest w stanie eksploatacyjnym z_b , $b = 1, 2, \dots, \nu$, oraz definiujemy funkcję bezpieczeństwa tego systemu w postaci wektora

$$[\mathbf{S}(t, \cdot)]^{(b)} = [[\mathbf{S}(t, 1)]^{(b)}, \dots, [\mathbf{S}(t, z)]^{(b)}], \quad t \geq 0, \quad b = 1, 2, \dots, \nu, \quad (2.26)$$

o składowych postaci

$$[\mathbf{S}(t, u)]^{(b)} = P\left([T(u)]^{(b)} > t | Z(t) = z_b\right), \quad t \geq 0, \quad u = 1, 2, \dots, z, \quad b = 1, 2, \dots, \nu. \quad (2.27)$$

$[\mathbf{S}(t, u)]^{(b)}$ są prawdopodobieństwami tego, że warunkowy czas $[T(u)]^{(b)}$, $u = 1, 2, \dots, z$, $b =$

$1, 2, \dots, \nu$, przebywania systemu w stanach bezpieczeństwa ze zbioru $\{u, u + 1, \dots, z\}$, $u = 1, 2, \dots, z$, pod warunkiem, że system znajduje się w stanie eksploatacyjnym z_b , $b = 1, 2, \dots, \nu$, jest nie krótszy niż t .

Zatem warunkowe czasy życia systemu

$$[T(u)]^{(b)} = T([T_1(u)]^{(b)}, [T_2(u)]^{(b)}, \dots, [T_n(u)]^{(b)}), \quad t \geq 0, \quad u = 1, 2, \dots, z, \quad b = 1, 2, \dots, \nu,$$

są zależne od warunkowych czasów przebywania elementów

$$[T_1(u)]^{(b)}, [T_2(u)]^{(b)}, \dots, [T_n(u)]^{(b)}, \quad u = 1, 2, \dots, z, \quad b = 1, 2, \dots, \nu,$$

w stanach bezpieczeństwa ze zbioru $\{u, u + 1, \dots, z\}$, $u = 1, 2, \dots, z$, pod warunkiem, że system znajduje się w stanie eksploatacyjnym z_b , $b = 1, 2, \dots, \nu$.

W rezultacie, współrzędne warunkowej funkcji bezpieczeństwa systemu w stanie operacyjnym z_b , $b = 1, 2, \dots, \nu$,

$$[S(t, u)]^{(b)} = S([S_1(t, u)]^{(b)}, [S_2(t, u)]^{(b)}, \dots, [S_n(t, u)]^{(b)}), \quad u = 1, 2, \dots, z, \quad b = 1, 2, \dots, \nu,$$

zdefiniowane przez (2.27) zależą od współrzędnych

$$[S_1(t, u)]^{(b)}, [S_2(t, u)]^{(b)}, \dots, [S_n(t, u)]^{(b)}, \quad u = 1, 2, \dots, z, \quad b = 1, 2, \dots, \nu,$$

czyli warunkowych funkcji bezpieczeństwa komponentów zdefiniowanych wzorem (2.25).

Następnie, oznaczamy przez $T(u)$, $u = 1, 2, \dots, z$, bezwarunkowy czas przebywania systemu w podzbiornie stanów bezpieczeństwa oraz definiujemy bezwarunkową funkcję bezpieczeństwa systemu w postaci wektora

$$\mathbf{S}(t, \cdot) = [\mathbf{S}(t, 1), \dots, [\mathbf{S}(t, z)], \quad t \geq 0, \quad (2.28)$$

ze składowymi

$$\mathbf{S}(t, u) = P(T(u) > t) \text{ for } t \geq 0, \quad u = 1, 2, \dots, z.$$

W przypadku, gdy elementy systemu posiadają kawałkami wykładnicze funkcje bezpieczeństwa oraz gdy czas eksploatacji systemu θ jest dostatecznie duży, składowe bezwarunkowej funkcji bezpieczeństwa określone są w następujący sposób

$$\mathbf{S}(t, u) \cong \sum_{b=1}^{\nu} p_b [\mathbf{S}(t, u)]^{(b)}, \quad t \geq 0, \quad u = 1, 2, \dots, z, \quad b = 1, 2, \dots, \nu, \quad (2.29)$$

gdzie $[\mathbf{S}(t, u)]^{(b)}$, $t \geq 0$, $u = 1, 2, \dots, z$, $b = 1, 2, \dots, \nu$, są składowymi warunkowych funkcji bezpieczeństwa systemu zdefiniowanymi wzorami (2.26)-(2.27), natomiast p_b , $b = 1, 2, \dots, \nu$, są prawdopodobieństwami granicznymi przebywania procesu $Z(t)$ w poszczególnych stanach eksploatacyjnych, zdefiniowanymi w (2.8).

Wartość oczekiwana bezwarunkowego czasu przebywania procesu $Z(t)$ w stanach bezpieczeństwa ze zbioru $\{u, u + 1, \dots, z\}$, $u = 1, 2, \dots, z$, określamy wzorem [Kołowrocki, Soszyńska, 2010a; Kołowrocki, Magryta, 2020c]

$$\boldsymbol{\mu}(\geq u) \cong \sum_{b=1}^{\nu} p_b [\boldsymbol{\mu}(\geq u)]^{(b)}, \quad u = 1, 2, \dots, z, \quad b = 1, 2, \dots, \nu, \quad (2.30)$$

gdzie $[\boldsymbol{\mu}(\geq u)]^{(b)}$, $u = 1, 2, \dots, z$, $b = 1, 2, \dots, \nu$, wyrażone poprzez

$$[\boldsymbol{\mu}(\geq u)]^{(b)} = \int_0^{\infty} [\mathbf{S}(t, u)]^{(b)} dt, \quad u = 1, 2, \dots, z, \quad b = 1, 2, \dots, \nu, \quad (2.31)$$

jest warunkową wartością oczekiwaną czasu przebywania systemu w stanach bezpieczeństwa ze zbioru $\{u, u+1, \dots, z\}$, $u = 1, 2, \dots, z$, pod warunkiem, że proces $Z(t)$ jest w stanie eksploatacyjnym z_b , $b = 1, 2, \dots, \nu$, natomiast p_b , $b = 1, 2, \dots, \nu$, są prawdopodobieństwami granicznymi przebywania procesu $Z(t)$ w tych stanach eksploatacyjnych. Wariancję bezwarunkowych czasów przebywania systemu w podzbiorach stanów bezpieczeństwa określamy wzorem

$$\sigma^2(\geq u) = 2 \int_0^\infty t \mathbf{S}(t, u) dt - [\boldsymbol{\mu}(\geq u)]^2, \quad u = 1, 2, \dots, z, \quad b = 1, 2, \dots, \nu, \quad (2.32)$$

gdzie $\mathbf{S}(t, u)$, $u = 1, 2, \dots, z$, jest dana wzorem (2.29) oraz $\boldsymbol{\mu}(\geq u)$, $u = 0, 1, \dots, z$, jest dane wzorem (2.30).

2.2.3 Koszt przebywania systemu w podzbiore stanów bezpieczeństwa

Zakładamy, że poszczególne stany eksploatacyjne ze zbioru A mają wpływ na strukturę funkcjonalną oraz strukturę bezpieczeństwa systemu, a także koszt jego eksploatacji. Dla każdego stanu eksploatacyjnego z_b , $b = 1, 2, \dots, \nu$, definiujemy chwilowe koszty eksploatacji systemu w podzbiorach stanów bezpieczeństwa $\{u, u+1, \dots, z\}$, $u = 1, 2, \dots, z$, za pomocą wektora

$$[\mathbf{C}(t, \cdot)]^{(b)} = [[\mathbf{C}(t, \geq 1)]^{(b)}, \dots, [\mathbf{C}(t, z)]^{(b)}], \quad t \geq 0, \quad b = 1, 2, \dots, \nu, \quad (2.33)$$

ze składowymi $[\mathbf{C}(t, u)]^{(b)}$, $u = 1, 2, \dots, z$, $b = 1, 2, \dots, \nu$, dla tych ustalonych stanów eksploatacyjnych. $[\mathbf{C}(t, u)]^{(b)}$, to chwilowy koszt na jednostkę czasu, jeżeli proces $Z(t)$ jest w stanie eksploatacyjnym z_b , $b = 1, 2, \dots, \nu$, i w stanie bezpieczeństwa ze zbioru $\{u, u+1, \dots, z\}$. Zakładamy więc, że chwilowy koszt eksploatacji systemu w ustalonym stanie eksploatacyjnym zależy od chwilowych kosztów eksploatacji w stanach bezpieczeństwa ze zbioru $\{u, u+1, \dots, z\}$, $u = 1, 2, \dots, \nu$.

Definiujemy chwilowy koszt eksploatacji systemu poprzez wektor

$$\mathbf{C}(t, \cdot) = [\mathbf{C}(t, \geq 1), \dots, \mathbf{C}(t, z)], \quad t \geq 0, \quad (2.34)$$

o składowych będących chwilowymi kosztami eksploatacji systemu w podzbiorach stanów $\{1, \dots, z\}$, $\{2, \dots, z\}$, \dots , $\{z\}$, podanych przez

$$\mathbf{C}(t, \geq u) \cong \sum_{b=1}^{\nu} p_b [\mathbf{C}(t, \geq u)]^{(b)}, \quad t \geq 0, \quad u = 1, 2, \dots, z, \quad b = 1, 2, \dots, \nu, \quad (2.35)$$

gdzie $[\mathbf{C}(t, u)]^{(b)}$, $u = 1, 2, \dots, z$, $b = 1, 2, \dots, \nu$, są warunkowymi chwilowymi kosztami eksploatacji systemu w stanach bezpieczeństwa ze zbioru $\{u, u+1, \dots, z\}$, $u = 1, 2, \dots, z$, i w stanach eksploatacyjnych z_b , $b = 1, 2, \dots, \nu$, natomiast p_b , $b = 1, 2, \dots, \nu$, są granicznymi wartościami prawdopodobieństw chwilowych przebywania systemu w stanach eksploatacyjnych.

Definiujemy oczekiwaną wartość całkowitego kosztu eksploatacji systemu

$$\hat{\mathbf{C}}(t, \cdot) = [\hat{\mathbf{C}}(\geq 1), \hat{\mathbf{C}}(\geq 2), \dots, \hat{\mathbf{C}}(z)], \quad b = 1, 2, \dots, \nu, \quad (2.36)$$

o składowych będących oczekiwanymi wartościami całkowitych kosztów eksploatacji systemu w stanach bezpieczeństwa ze zbioru $\{u, u + 1, \dots, z\}$, $u = 1, 2, \dots, z$, podanych przez równania liniowe

$$\hat{C}(\geq u) \cong \sum_{b=1}^{\nu} p_b [\hat{C}(\geq u)]^{(b)}, u = 1, 2, \dots, z, b = 1, 2, \dots, \nu, \quad (2.37)$$

Wartości $[\hat{C}(\geq u)]^{(b)}$, $u = 1, 2, \dots, z$, $b = 1, 2, \dots, \nu$, są oczekiwanymi całkowitymi kosztami eksploatacji systemu w stanach bezpieczeństwa ze zbioru $\{u, u + 1, \dots, z\}$, $u = 1, 2, \dots, z$, w poszczególnych stanach z_b , $b = 1, 2, \dots, \nu$, [Kołowrocki, Magryta, 2020c] określonymi poprzez

$$\hat{C}(\geq u)]^{(b)} = \int_0^{[\mu(\geq u)]^{(b)}} [C(t, u)]^{(b)} dt, u = 1, 2, \dots, z, b = 1, 2, \dots, \nu. \quad (2.38)$$

Natomiast,

$$\mu(\geq u)^{(b)} = E [T(u)]^{(b)}, u = 1, 2, \dots, z, b = 1, 2, \dots, \nu,$$

reprezentują oczekiwane warunkowe czasy $[T(u)]^{(b)}$, $u = 1, 2, \dots, z$, $b = 1, 2, \dots, \nu$, przebywania systemu w stanach bezpieczeństwa ze zbioru $\{u, u + 1, \dots, z\}$, $u = 1, 2, \dots, z$, i w stanach eksploatacyjnych z_b , $b = 1, 2, \dots, \nu$, [Kołowrocki, Magryta, 2020c].

Dodatkowo,

$$\mu(\geq u)(b) = \int_0^{\infty} [S(t, u)]^{(b)} dt, u = 1, 2, \dots, z,$$

gdzie $[S(t, u)]^{(b)}$, $u = 1, 2, \dots, z$, $b = 1, 2, \dots, \nu$, są składowymi warunkowych funkcji bezpieczeństwa systemu.

3 KOSZT EKSPLOATACJI PORTOWEJ BAZY PALIW ORAZ SYSTEMU TECHNICZNEGO PROMU MORSKIEGO

3.1 Analiza kosztu procesu eksploatacji infrastruktury krytycznej portowej bazy paliw

3.1.1 Koszt eksploatacji bazy paliw w danym przedziale czasu

3.1.1.1 Proces eksploatacji bazy paliw

Portowa baza paliw w Dębogórzku przeznaczona jest do przyjmowania produktów naftowych ze statków, składowania i wysyłania ich wagonami lub samochodami ciężarowymi w głąb lądu. Baza ta może również przesyłać paliwo w odwrotnym kierunku. Obszar jej eksploatacji przedstawiony jest na rysunku 3.1.



Rysunek 3.1: Obszar eksploatacji portowej bazy paliw.

Rozważana portowa baza paliw składa się z trzech części *A*, *B* and *C*, połączonych ruropięgowym systemem transportowym z pirssem. Przybliżona jej długość wynosi 25 km. Głównymi podsystemami (ang. assets) technicznymi infrastruktury krytycznej portowej bazy paliw są:

- A_1 - portowy ruropięgowy system transportu paliwa,
- A_2 - wewnętrzny system techniczny ruropięgów,
- A_3 - stacja pomp wspomagających,
- A_4 - wewnętrzny system pomp,
- A_5 - portowy terminal rozładunku zbiornikowców,
- A_6 - stacja załadunku wagonów kolejowych,
- A_7 - stacja załadunku cystern,
- A_8 - stacja rozładunku wagonów kolejowych,
- A_9 - system zbiorników przechowywania paliwa.

Warto zaznaczyć, że analiza w pracy koncentruje się na szczegółowym rozważaniu podsystemu A_1 . Natomiast pozostałe podsystemy $A_2 - A_9$ są uwzględnione zbiorczo i z dowolnie

przyjętymi parametrami, z powodu braku dostępnych danych. Eksploatacja portowego rurociągowego systemu transportu paliwa A_1 , zlokalizowanego w porcie w Gdyni, przedstawiona jest na rysunku 3.2.

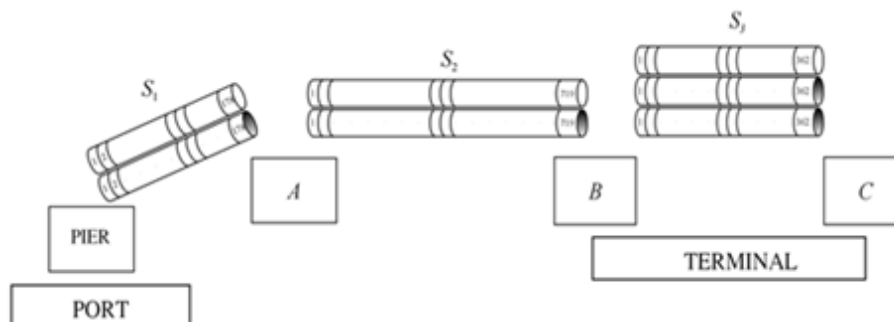


Rysunek 3.2: Lokalizacja portowego rurociągowego systemu transportu paliwa w porcie w Gdyni.

System zaprezentowany na rysunku 3.2. składa się z trzech podsystemów:

- podsystem S_1 złożony z dwóch rurociągów, każdy składający się z 176 odcinków rur i 2 zaworów,
- podsystem S_2 złożony z dwóch rurociągów, każdy składający się z 717 odcinków rur i 2 zaworów,
- podsystem S_3 złożony z trzech rurociągów, każdy składający się z 360 segmentów rur i 2 zaworów.

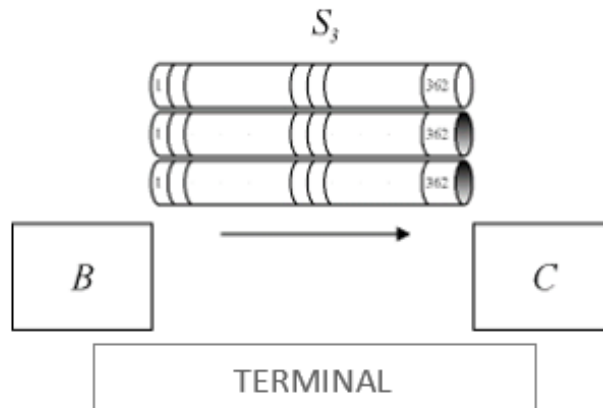
Portowy rurociągowy system transportu paliwa A_1 składa się z 2880 elementów, a liczba elementów systemu działających w różnych stanach eksploatacyjnych jest różna. Mianowicie w stanach eksploatacyjnych z_1 , z_2 oraz z_7 , działa 1086 elementów, w stanach eksploatacyjnych z_3 oraz z_5 działa 1794 elementów, zaś w z_4 i z_6 działa 2880 elementów. Eksploatacja portowego rurociągowego systemu transportu paliwa A_1 o strukturze funkcjonalnej przedstawionej na rysunku 3.3. jest główną aktywnością eksploatacyjną terminala naftowego, angażującą pozostałe systemy $A_2 - A_9$.



Rysunek 3.3: Schemat struktury funkcjonalnej rurociągowego systemu transportu paliwa.

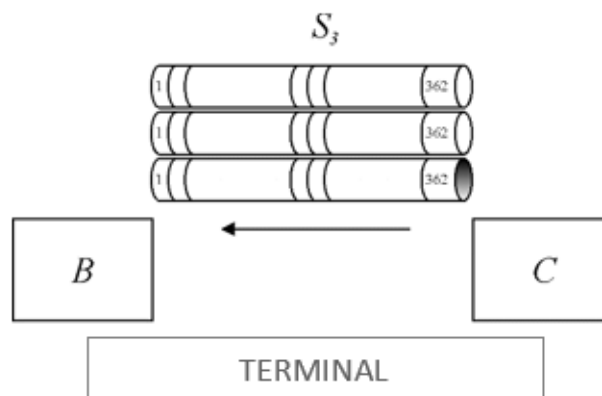
Na podstawie danych statystycznych podanych w [Kołowrocki, Soszyńska-Budny, 2011/2015], oraz opinii ekspertów (użytkowników portowej bazy paliw) zostało wyróżnionych siedem ($\nu = 7$) następujących stanów eksploatacyjnych bazy paliw:

- z_1 - transport jednego rodzaju medium z części B do części C , przy użyciu dwóch spośród trzech rurociągów S_3 podsystemu A_1 , przedstawionych na rysunku 3.4. oraz przy wykorzystaniu podsystemów A_2, A_4, A_6, A_7, A_9 ;



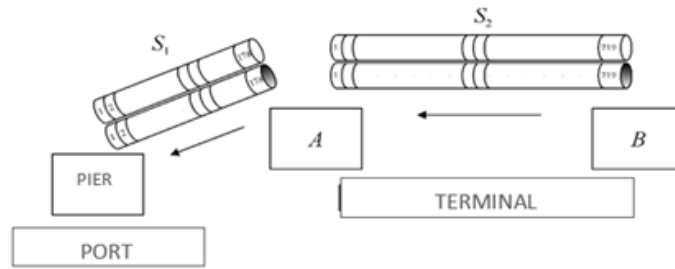
Rysunek 3.4: Schemat struktury funkcjonalnej podsystemu A_1 w stanie eksploatacyjnym z_1 .

- z_2 - transport jednego rodzaju medium z części C do części B , przy użyciu jednego spośród trzech rurociągów S_3 podsystemu A_1 , przedstawionych na rysunku 3.5. oraz przy wykorzystaniu podsystemów A_2, A_4, A_8, A_9 ;



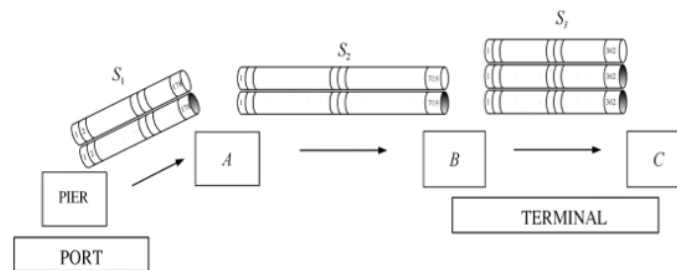
Rysunek 3.5: Schemat struktury funkcjonalnej podsystemu A_1 w stanie eksploatacyjnym z_2 .

- z_3 - transport jednego rodzaju medium z części B przez część A do części C z użyciem jednego z dwóch rurociągów S_1 oraz jednego z dwóch rurociągów S_2 podsystemu A_1 przedstawionych na rysunku 3.6. oraz przy wykorzystaniu podsystemów A_2, A_4, A_5, A_9 ;



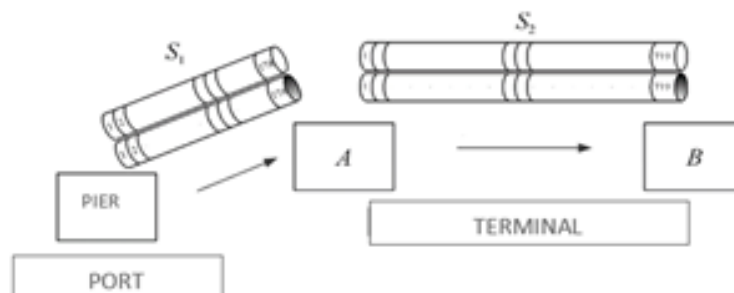
Rysunek 3.6: Schemat struktury funkcjonalnej podsystemu A_1 w stanie eksploatacyjnym z_3 .

- z_4 - transport jednego rodzaju medium z pirsu przez część A i część B do części C z użyciem jednego z dwóch rurociągów S_1 , jednego z dwóch rurociągów S_2 oraz dwóch z trzech rurociągów S_3 podsystemu A_1 , przedstawionych na rysunku 3.7. oraz przy wykorzystaniu podsystemów $A_2, A_3, A_4, A_5, A_6, A_7, A_9$;



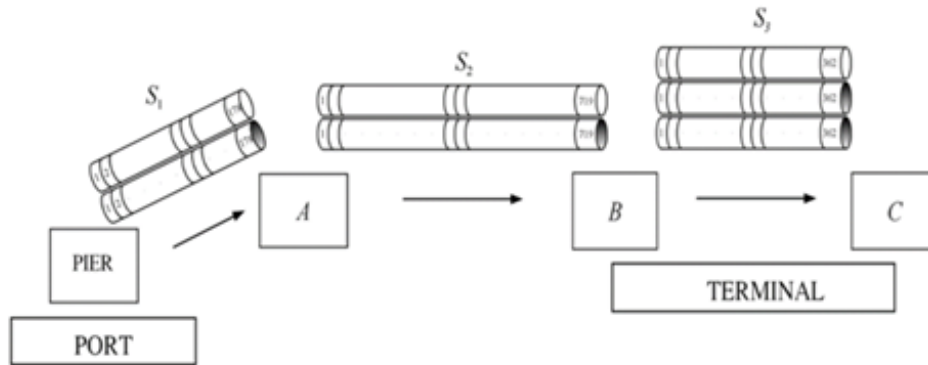
Rysunek 3.7: Schemat struktury funkcjonalnej podsystemu A_1 w stanie eksploatacyjnym z_4 .

- z_5 - transport jednego rodzaju medium z pirsu przez część A do części B z użyciem jednego z dwóch rurociągów S_1 oraz jednego z dwóch rurociągów S_2 podsystemu A_1 , przedstawionych na rysunku 3.8. oraz przy wykorzystaniu podsystemów A_2, A_3, A_4, A_5, A_9 ;



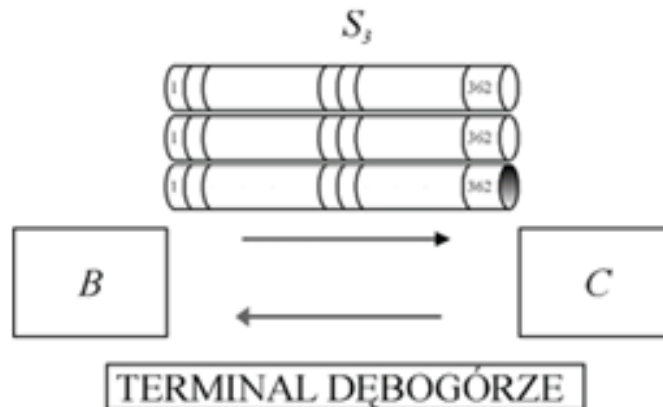
Rysunek 3.8: Schemat struktury funkcjonalnej podsystemu A_1 w stanie eksploatacyjnym z_5 .

- z_6 - transport jednego rodzaju medium z części B do części C z użyciem dwóch z trzech rurociągów S_3 i jednoczesny transport jednego rodzaju medium z pirsu przez część A do części B z użyciem jednego z dwóch rurociągów S_1 oraz jednego z dwóch rurociągów S_2 podsystemu A_1 , przedstawionych na rysunku 3.9. oraz przy wykorzystaniu podsystemów $A_2, A_3, A_4, A_5, A_6, A_7, A_9$;



Rysunek 3.9: Schemat struktury funkcjonalnej podsystemu A_1 w stanie eksploatacyjnym z_6 .

- z_7 - transport jednego rodzaju medium z części B do części C uC z użyciem jednego z trzech rurociągów S_3 i jednoczesny transport innego rodzaju medium z części C do części B z użyciem jednego z trzech rurociągów S_3 podsystemu A_1 , przedstawionych na rysunku 3.10. oraz przy wykorzystaniu podsystemów $A_2, A_4, A_6, A_7, A_8, A_9$.



Rysunek 3.10: Schemat struktury funkcjonalnej podsystemu A_1 w stanie eksploatacyjnym z_7 .

Charakterystykami procesu eksploatacji bazy paliw są [Kołowrocki, Soszyńska, 2010b; Kołowrocki, Magryta-Mut, 2021b]:

- wartości graniczne chwilowych prawdopodobieństw przebywania procesu eksploatacji systemu w poszczególnych stanach eksploatacyjnych z_b , $b = 1, 2, \dots, 7$, [Kołowrocki, Soszyńska-Budny, 2011/2015; Magryta, 2020]:

$$\begin{aligned}
p_1 &= 0,395, & p_2 &= 0,060, & p_3 &= 0,003, & p_4 &= 0,002, \\
p_5 &= 0,20, & p_6 &= 0,058, & p_7 &= 0,282,
\end{aligned} \tag{3.1}$$

- wartości oczekiwane łącznych czasów θ , $b = 1,2,\dots,7$, przebywania procesu eksploatacji systemu w poszczególnych stanach eksploatacyjnych z_b , $b = 1,2,\dots,7$, zdefiniowane wzorem (3.1), w ustalonym czasie pracy $\theta = 1 \text{ rok} = 365 \text{ dni}$:

$$\begin{aligned}
\hat{M}_1 &= 0,395 \cdot 365 = 114,75, \\
\hat{M}_2 &= 0,06 \cdot 365 = 21,9, \\
\hat{M}_3 &= 0,003 \cdot 365 = 1,095, \\
\hat{M}_4 &= 0,002 \cdot 365 = 0,73, \\
\hat{M}_5 &= 0,20 \cdot 365 = 73, \\
\hat{M}_6 &= 0,058 \cdot 365 = 21,17, \\
\hat{M}_7 &= 0,282 \cdot 365 = 102,93.
\end{aligned} \tag{3.2}$$

3.1.1.2 Modelowanie kosztu eksploatacji bazy paliw w przedziale czasu

Na podstawie informacji uzyskanych od ekspertów, przybliżone wartości chwilowych kosztów eksploatacji pojedynczych podstawowych elementów portowego rurociągowego systemu transportu paliwa są stałe i wynoszą 9,6 PLN w ciągu jednego dnia. Natomiast koszt każdego pojedynczego podstawowego elementu, który nie jest używany, wynosi 0 PLN. Liczba komponentów w podsystemach S_1, S_2, S_3 oraz ich wykorzystanie w poszczególnych stanach eksploatacyjnych pozwala na wyznaczenie warunkowych chwilowych kosztów $[\mathbf{C}_1(t)]^{(b)}$, $t \in \langle 0, \theta \rangle$, $b = 1,2,\dots,7$, w czasie eksploatacji $\theta = 1 \text{ rok}$, które wynoszą:

$$\begin{aligned}
[\mathbf{C}_1(t)]^{(1)} &= 1086 \cdot 9,6 \text{ PLN/dzień} = 10425,6 \text{ PLN/dzień}, \\
[\mathbf{C}_1(t)]^{(2)} &= 1086 \cdot 9,6 \text{ PLN/dzień} = 10425,6 \text{ PLN/dzień}, \\
[\mathbf{C}_1(t)]^{(3)} &= 1794 \cdot 9,6 \text{ PLN/dzień} = 17222,4 \text{ PLN/dzień}, \\
[\mathbf{C}_1(t)]^{(4)} &= 2880 \cdot 9,6 \text{ PLN/dzień} = 27648 \text{ PLN/dzień}, \\
[\mathbf{C}_1(t)]^{(5)} &= 1794 \cdot 9,6 \text{ PLN/dzień} = 17222,4 \text{ PLN/dzień}, \\
[\mathbf{C}_1(t)]^{(6)} &= 2880 \cdot 9,6 \text{ PLN/dzień} = 27648 \text{ PLN/dzień}, \\
[\mathbf{C}_1(t)]^{(7)} &= 1086 \cdot 9,6 \text{ PLN/dzień} = 10425,6 \text{ PLN/dzień}.
\end{aligned} \tag{3.3}$$

Po zastosowaniu wzoru (2.14) do (3.2) i (3.3), otrzymujemy wartości całkowitych kosztów przebywania podsystemu A_1 w poszczególnych stanach eksploatacyjnych z_b , $b = 1,2,\dots,7$, w przeciągu roku, które wynoszą:

$$\begin{aligned}
[\hat{\mathbf{C}}_1(\theta)]^{(1)} &= \int_0^{\hat{M}_1} [\mathbf{C}_1(t)]^{(1)} dt = p_1 \cdot \theta \cdot [\mathbf{C}_1(t)]^{(1)} = 0,395 \cdot 365 \text{ dni} \cdot 10425,6 \text{ PLN/dzień} \\
&= 0,395 \cdot 3805344 = 1503110,88 \text{ PLN}, \\
[\hat{\mathbf{C}}_1(\theta)]^{(2)} &= \int_0^{\hat{M}_2} [\mathbf{C}_1(t)]^{(2)} dt = p_2 \cdot \theta \cdot [\mathbf{C}_1(t)]^{(2)} = 0,06 \cdot 365 \text{ dni} \cdot 10425,6 \text{ PLN/dzień} \\
&= 0,06 \cdot 3805344 = 228320,64 \text{ PLN},
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
[\hat{C}_1(\theta)]^{(3)} &= \int_0^{\hat{M}_3} [C_1(t)]^{(3)} dt = p_3 \cdot \theta \cdot [C_1(t)]^{(3)} = 0,003 \cdot 365 \text{ dni} \cdot 17222,4 \text{ PLN/dzień} \\
&= 0,003 \cdot 3805344 = 18858,528 \text{ PLN}, \\
[\hat{C}_1(\theta)]^{(4)} &= \int_0^{\hat{M}_4} [C_1(t)]^{(4)} dt = p_4 \cdot \theta \cdot [C_1(t)]^{(4)} = 0,002 \cdot 365 \text{ dni} \cdot 27648 \text{ PLN/dzień} \\
&= 0,002 \cdot 3805344 = 20183,04 \text{ PLN}, \\
[\hat{C}_1(\theta)]^{(5)} &= \int_0^{\hat{M}_5} [C_1(t)]^{(5)} dt = p_5 \cdot \theta \cdot [C_1(t)]^{(5)} = 0,20 \cdot 365 \text{ dni} \cdot 17222,4 \text{ PLN/dzień} \\
&= 0,20 \cdot 3805344 = 1257235,2 \text{ PLN}, \\
[\hat{C}_1(\theta)]^{(6)} &= \int_0^{\hat{M}_6} [C_1(t)]^{(6)} dt = p_6 \cdot \theta \cdot [C_1(t)]^{(6)} = 0,058 \cdot 365 \text{ dni} \cdot 27648 \text{ PLN/dzień} \\
&= 0,058 \cdot 3805344 = 585308,16 \text{ PLN}, \\
[\hat{C}_1(\theta)]^{(7)} &= \int_0^{\hat{M}_7} [C_1(t)]^{(7)} dt = p_7 \cdot \theta \cdot [C_1(t)]^{(7)} = 0,282 \cdot 365 \text{ dni} \cdot 10425,6 \text{ PLN/dzień} \\
&= 0,282 \cdot 3805344 = 1073107,008 \text{ PLN}, \tag{3.4}
\end{aligned}$$

Wartości całkowitych kosztów przebywania pozostałych podsystemów $A_2 - A_9$, poszczególnych stanach eksploatacyjnych z_b , $b = 1,2,\dots,7$, w okresie jednego roku, są przyjmowane arbitralnie. Wynoszą one 10 000 PLN we wszystkich stanach eksploatacyjnych, jeśli są używane oraz 0 PLN, jeśli nie są używane. Na podstawie tych założeń oraz informacji dotyczących wykorzystania poszczególnych podsystemów w stanach eksploatacyjnych wyznaczamy wartości oczekiwane kosztów całkowitych $[\hat{C}(\theta)]^{(b)}$, $b = 1,2,\dots,7$, dla portowej bazy paliw w poszczególnych stanach eksploatacyjnych z_b , $b = 1,2,\dots,7$:

$$\begin{aligned}
[\hat{C}(\theta)]^{(1)} &= 3805344 + 5 \cdot 10000 = 3855344 \text{ PLN}, \\
[\hat{C}(\theta)]^{(2)} &= 3805344 + 4 \cdot 10000 = 3845344 \text{ PLN}, \\
[\hat{C}(\theta)]^{(3)} &= 6286176 + 4 \cdot 10000 = 6326176 \text{ PLN}, \\
[\hat{C}(\theta)]^{(4)} &= 10091520 + 7 \cdot 10000 = 10161520 \text{ PLN}, \\
[\hat{C}(\theta)]^{(5)} &= 6286176 + 5 \cdot 10000 = 6336176 \text{ PLN}, \\
[\hat{C}(\theta)]^{(6)} &= 10091520 + 7 \cdot 10000 = 10161520 \text{ PLN}, \\
[\hat{C}(\theta)]^{(7)} &= 3805344 + 6 \cdot 10000 = 3865344 \text{ PLN}. \tag{3.5}
\end{aligned}$$

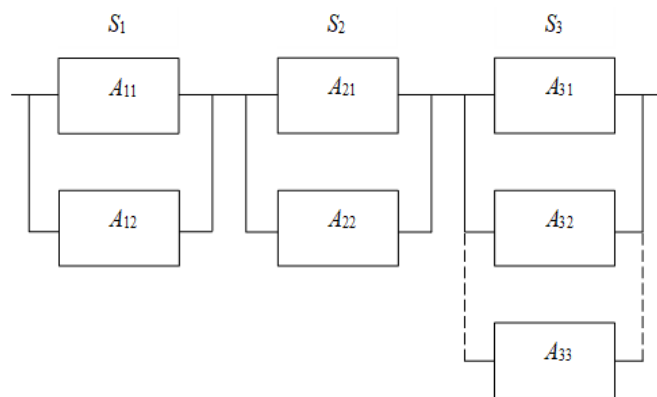
Korzystając z wartości oczekiwanych kosztów całkowitych $[\hat{C}(\theta)]^{(b)}$, $b = 1,2,\dots,7$, w poszczególnych stanach eksploatacyjnych z_b , $b = 1,2,\dots,7$, uwzględniając wartości prawdopodobieństw chwilowych p_b , $b = 1,2,\dots,7$, przebywania portowej bazy paliw w poszczególnych stanach eksploatacyjnych, otrzymujemy wartość oczekiwaną kosztu eksploatacji systemu, która wynosi

$$\begin{aligned}
\hat{C}(\theta) &\cong p_1 [\hat{C}(\theta)]^{(1)} + p_2 [\hat{C}(\theta)]^{(2)} + p_3 [\hat{C}(\theta)]^{(3)} + p_4 [\hat{C}(\theta)]^{(4)} + p_5 [\hat{C}(\theta)]^{(5)} \\
&\quad + p_6 [\hat{C}(\theta)]^{(6)} + p_7 [\hat{C}(\theta)]^{(7)} \\
&\cong 0,395 \cdot 3855344 + 0,06 \cdot 3845344 + 0,003 \cdot 6326176 + 0,002 \cdot 10161520 \\
&\quad + 0,2 \cdot 6336176 + 0,058 \cdot 10161520 + 0,282 \cdot 3865344 \cong 4739513,456 \text{ PLN}. \tag{3.6}
\end{aligned}$$

3.1.2 Koszt eksploatacji bazy pali podczas przebywania w danym podzbiorze stanów bezpieczeństwa

3.1.2.1 Bezpieczeństwo

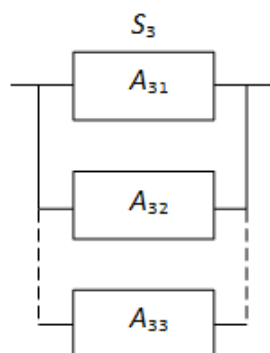
Portowy rurowy system transportu paliwa A_1 jest systemem szeregowym, składającym się z dwóch szeregowo-równoległych podsystemów S_1, S_2 , z których każdy zawiera dwa rurowości i jednego progowego „2 z 3” podsystemu S_3 zawierającego 3 rurowości. W praktyce oznacza to, że produkt naftowy transportowany jest jednym z dwóch rurowości podsystemu S_1 , następnie jednym z dwóch rurowości S_2 , po czym jednocześnie dwoma z trzech rurowości podsystemu S_3 . Podsystemy S_1, S_2, S_3 tworzą ogólną strukturę bezpieczeństwa portowego systemu transportu paliwa, o schemacie przedstawionym na rysunku 3.11.



Rysunek 3.11: Schemat struktury bezpieczeństwa systemu transportu paliwa.

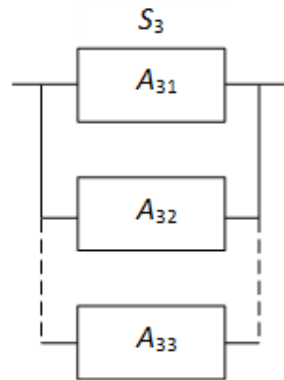
Biorąc pod uwagę proces eksploatacji bazy paliw, przedstawiony w sekcji 3.1.1., jej struktura bezpieczeństwa zmienia się w poszczególnych stanach eksploatacyjnych, w następujący sposób:

- w stanie eksploatacyjnym z_1 - struktura bezpieczeństwa systemu jest szeregową i składa się podsystemów $A_1, A_2, A_4, A_6, A_7, A_9$, ze strukturą bezpieczeństwa podsystemu A_1 , przedstawioną na rysunku 3,12, oraz podsystemami A_2, A_4, A_6, A_7, A_9 jako pojedynczymi elementami;



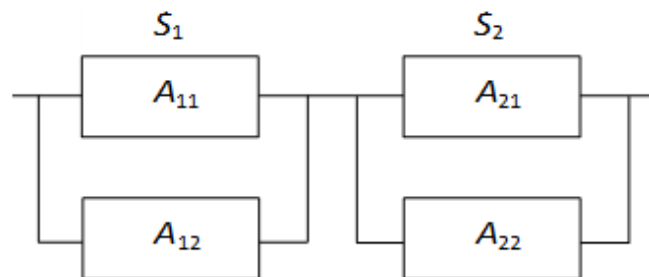
Rysunek 3.12: Schemat struktury bezpieczeństwa systemu transportu paliwa w stanie eksploatacyjnym z_1 .

- w stanie eksploatacyjnym z_2 - struktura bezpieczeństwa systemu jest szeregową i składa się podsystemów A_1, A_2, A_4, A_8, A_9 , ze strukturą bezpieczeństwa podsystemu A_1 , przedstawioną na rysunku 3.13. oraz podsystemami A_2, A_4, A_8, A_9 , jako pojedynczymi elementami;



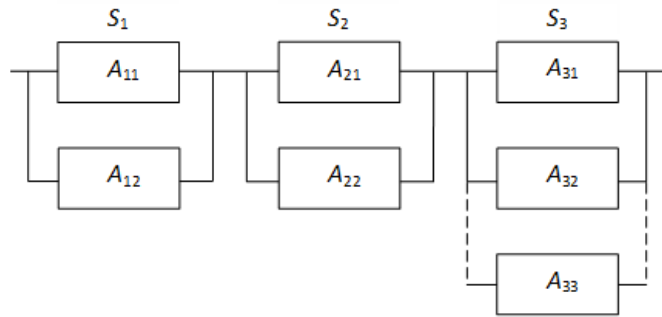
Rysunek 3.13: Schemat struktury bezpieczeństwa systemu transportu paliwa w stanie eksploatacyjnym z_2 .

- w stanie eksploatacyjnym z_3 - struktura bezpieczeństwa systemu jest szeregową i składa się podsystemów A_1, A_2, A_4, A_5, A_9 , ze strukturą bezpieczeństwa podsystemu A_1 , przedstawioną na rysunku 3.14. oraz podsystemami A_2, A_4, A_5, A_9 , jako pojedynczymi elementami;



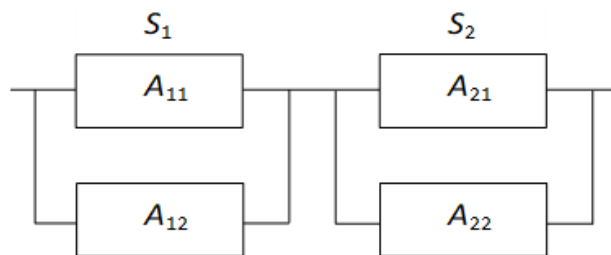
Rysunek 3.14: Schemat struktury bezpieczeństwa systemu transportu paliwa w stanie eksploatacyjnym z_3 .

- w stanie eksploatacyjnym z_4 - struktura bezpieczeństwa systemu jest szeregową i składa się podsystemów $A_1, A_2, A_3, A_4, A_5, A_6, A_7, A_9$, ze strukturą bezpieczeństwa podsystemu A_1 , przedstawioną na rysunku 3.15. oraz podsystemami $A_2, A_3, A_4, A_5, A_6, A_7, A_9$, jako pojedynczymi elementami;



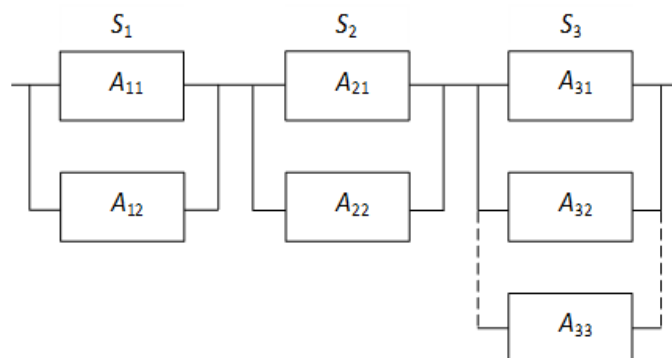
Rysunek 3.15: Schemat struktury bezpieczeństwa systemu transportu paliwa w stanie eksploatacyjnym z_4 .

- w stanie eksploatacyjnym z_5 - struktura bezpieczeństwa systemu jest szeregową i składa się podsystemów $A_1, A_2, A_3, A_4, A_5, A_9$, ze strukturą bezpieczeństwa podsystemu A_1 , przedstawioną na rysunku 3.16. oraz podsystemami A_2, A_3, A_4, A_5, A_9 , jako pojedynczymi elementami;



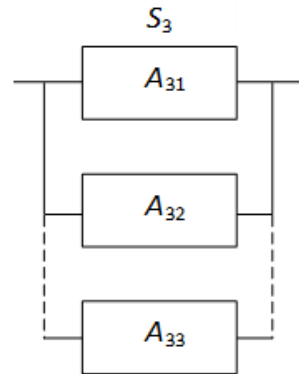
Rysunek 3.16: Schemat struktury bezpieczeństwa systemu transportu paliwa w stanie eksploatacyjnym z_5 .

- w stanie eksploatacyjnym z_6 - struktura bezpieczeństwa systemu jest szeregową i składa się podsystemów $A_1, A_2, A_3, A_4, A_5, A_6, A_7, A_9$, ze strukturą bezpieczeństwa podsystemu A_1 , przedstawioną na rysunku 3.17. oraz podsystemami $A_2, A_3, A_4, A_5, A_6, A_7, A_9$, jako pojedynczymi elementami;



Rysunek 3.17: Schemat struktury bezpieczeństwa systemu transportu paliwa w stanie eksploatacyjnym z_6 .

- w stanie eksploatacyjnym z_7 - struktura bezpieczeństwa systemu jest szeregową i składa się podsystemów $A_1, A_2, A_4, A_6, A_7, A_8, A_9$, ze strukturą bezpieczeństwa podsystemu A_1 , przedstawioną na rysunku 3.18. oraz podsystemami $A_2, A_4, A_6, A_7, A_8, A_9$, jako pojedynczymi elementami;



Rysunek 3.18: Schemat struktury bezpieczeństwa systemu transportu paliwa w stanie eksploatacyjnym z_7 .

Po uwzględnieniu uwag i opinii ekspertów, biorąc pod uwagę aspekty efektywności i bezpieczeństwa eksploatacji, wyróżniamy trzy stany bezpieczeństwa portowej bazy paliw, jej systemów oraz ich elementów:

- stan bezpieczeństwa 2 – pełne bezpieczeństwo,
- stan bezpieczeństwa 1 – bezpieczeństwo średniego poziomu,
- stan bezpieczeństwa 0 – stan zagrożenia.

W przypadku portowej bazy paliw trzy środkowe stany bezpieczeństwa agregują się do jednego.

Zakładamy również, że:

- stany bezpieczeństwa systemu o starzejących się w czasie elementach, mogą zmieniać się tylko z lepszych na gorsze,
- krytycznym stanem bezpieczeństwa systemu i jego elementów jest $r = 1$,
- akceptowalna wartość funkcji ryzyka wynosi $\delta = 0,05$.

Na podstawie powyższych założeń oraz korzystając z danych dostarczonych przez ekspertów, można stwierdzić, że funkcja bezpieczeństwa systemu portowej bazy paliw [Kołowrocki, Magryta-Mut, 2021b] uwzględniająca wpływ jej procesu eksploatacji, jest określona za pomocą wektora

$$\mathbf{S}(t, \cdot) = [\mathbf{S}(t, 1), \mathbf{S}(t, 2)], \quad t \geq 0,$$

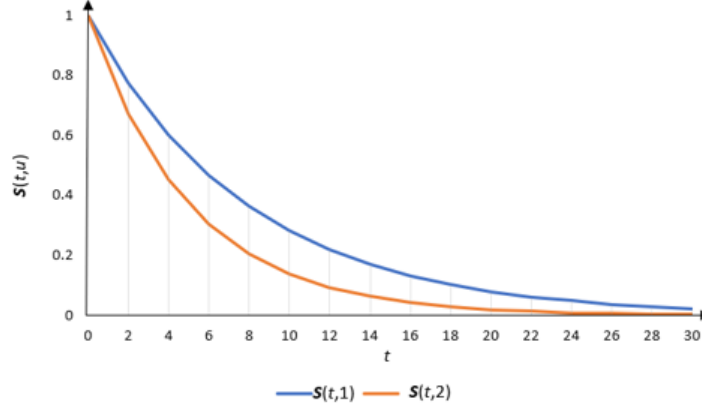
ze składowymi:

$$\begin{aligned} \mathbf{S}(t, 1) = & 0,395 \cdot [\mathbf{S}(t, 1)]^{(1)} + 0,060 \cdot [\mathbf{S}(t, 1)]^{(2)} + 0,003 \cdot [\mathbf{S}(t, 1)]^{(3)} + 0,002 \cdot [\mathbf{S}(t, 1)]^{(4)} \\ & + 0,20 \cdot [\mathbf{S}(t, 1)]^{(5)} + 0,058 \cdot [\mathbf{S}(t, 1)]^{(6)} + 0,282 \cdot [\mathbf{S}(t, 1)]^{(7)}, \quad t \geq 0, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \mathcal{S}(t, 2) = & 0,395 \cdot [\mathcal{S}(t, 2)]^{(1)} + 0,060 \cdot [\mathcal{S}(t, 2)]^{(2)} + 0,003 \cdot [\mathcal{S}(t, 2)]^{(3)} + 0,002 \cdot [\mathcal{S}(t, 2)]^{(4)} \\ & + 0,20 \cdot [\mathcal{S}(t, 2)]^{(5)} + 0,058 \cdot [\mathcal{S}(t, 2)]^{(6)} + 0,282 \cdot [\mathcal{S}(t, 2)]^{(7)}, \quad t \geq 0. \end{aligned}$$

Składowe funkcji bezpieczeństwa $[\mathcal{S}(t, u)]^{(b)}$, $t \geq 0$, $u = 1, 2$, $b = 1, 2, \dots, 7$, wyznaczone zostały w [Kołowrocki, Magryta-Mut, 2021b].

Wykres funkcji bezpieczeństwa portowej bazy paliw jest przedstawiony na rysunku 3.19.



Rysunek 3.19: Wykres bezpieczeństwa portowej bazy paliw.

Stąd, wartości oczekiwane oraz odchylenia standardowe bezwarunkowych czasów przebywania portowej bazy paliw w podzbiorach stanów bezpieczeństwa $\{1, 2\}$, $\{2\}$, wyrażone w latach wynoszą odpowiednio:

$$\begin{aligned} \mu(\geq 1) &= 0,395 \cdot 8,08342 + 0,060 \cdot 8,16593 + 0,003 \cdot 7,60179 + 0,002 \cdot 6,80805 \\ &\quad + 0,20 \cdot 7,60179 + 0,058 \cdot 6,8805 + 0,282 \cdot 8,00256 \cong 7,89, \\ \mu(2) &= 0,395 \cdot 5,15695 + 0,060 \cdot 5,21069 + 0,003 \cdot 4,85232 + 0,002 \cdot 4,34292 \\ &\quad + 0,20 \cdot 4,85232 + 0,058 \cdot 4,3429 + 0,282 \cdot 5,10431 \cong 5,03. \end{aligned}$$

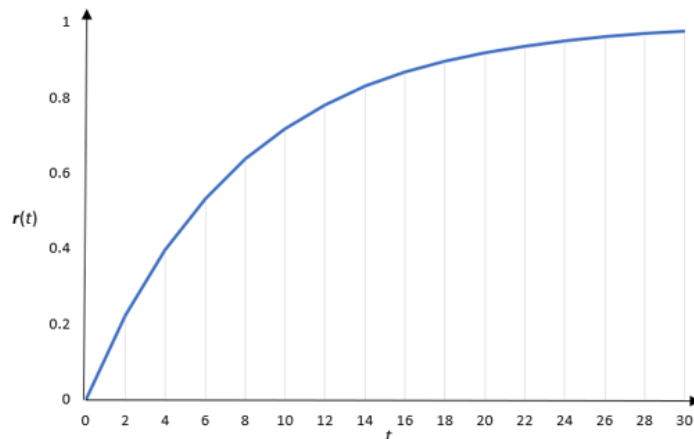
Wartości średnie czasów przebywania bazy paliw w osobnych stanach bezpieczeństwa 1, 2 wyrażone w latach wynoszą odpowiednio:

$$\bar{\mu}(1) = \mu(\geq 1) - \mu(1) = 2,86, \quad \bar{\mu}(2) = \mu(2) = 5,03.$$

Przy założeniu, że krytycznym stanem bezpieczeństwa systemu i jego elementów jest stan $r = 1$, funkcja ryzyka [Kołowrocki, Magryta-Mut, 2021b] przyjmuje postać

$$r(t) = 1 - \mathcal{S}(t, 1) \quad \text{dla } t \geq 0,$$

Wykres funkcji ryzyka jest przedstawiony na rysunku 3.20.



Rysunek 3.20: Wykres funkcji ryzyka portowej bazy paliw.

Stąd, moment w którym ryzyko przekroczy dozwolony poziom $\delta = 0.05$, wynosi

$$\tau = r^{-1}(\delta) \cong 0,40 \text{ roku,}$$

Przybliżone wartości intensywności starzenia się, tj. intensywności wyjścia z podzbioru stanów bezpieczeństwa $\{1, 2\}$, $\{2\}$, wynoszą:

$$\lambda(\geq 1) = 0,126743, \lambda(2) = 0,198807,$$

Zatem, współczynniki wpływu procesu eksploatacji na bezpieczeństwo portowej bazy paliw w podzbiórach stanów bezpieczeństwa $\{1, 2\}$, $\{2\}$, wynoszą odpowiednio:

$$\rho(\geq 1) = 1,09381, \rho(2) = 1,09391,$$

Następnie, współczynniki odporności portowej bazy paliw na oddziaływania jej procesu eksploatacji w poszczególnych stanach bezpieczeństwa, wynoszą:

$$RI(\geq 1) = 1/\rho(\geq 1) = 0,9142 = 91,42\%, \quad RI(2) = 1/\rho(2) = 0,9142 = 91,42\%,$$

3.1.2.2 Modelowanie kosztu przebywania bazy paliw w podzbiórze stanów bezpieczeństwa

Biorąc pod uwagę liczbę elementów w podsystemach S_1, S_2, S_3 , oraz ich użycie w poszczególnych stanach eksploatacyjnych wyznaczamy warunkowe chwilowe koszty portowego rurociągowego systemu transportu paliwa $\text{textit}A_1, [C_1(t,u)]^{(b)}, u = 1, 2, b = 1,2,\dots,7$, w podzbiórach stanów bezpieczeństwa $\{1, 2\}, \{2\}$ dla $t \in \langle 0, 1 \rangle, b = 1,2,\dots,7$, w poszczególnych stanach eksploatacyjnych $z_b, b = 1,2,\dots,7$:

$$[C_1(t, \geq 1)]^{(1)} = [C_1(t, 2)]^{(1)} = 1086 \cdot 9,6 = 10425,6 \text{ PLN,}$$

$$[C_1(t, \geq 1)]^{(2)} = [C_1(t, 2)]^{(2)} = 1086 \cdot 9,6 = 10425,6 \text{ PLN,}$$

$$[C_1(t, \geq 1)]^{(3)} = [C_1(t, 2)]^{(3)} = 1794 \cdot 9,6 = 17222,4 \text{ PLN,}$$

$$\begin{aligned}
[\mathbf{C}_1(t, \geq 1)]^{(4)} &= [\mathbf{C}_1(t, 2)]^{(4)} = 2880 \cdot 9,6 = 27648 \text{ PLN}, \\
[\mathbf{C}_1(t, \geq 1)]^{(5)} &= [\mathbf{C}_1(t, 2)]^{(5)} = 1794 \cdot 9,6 = 17222,4 \text{ PLN}, \\
[\mathbf{C}_1(t, \geq 1)]^{(6)} &= [\mathbf{C}_1(t, 2)]^{(6)} = 2880 \cdot 9,6 = 27648 \text{ PLN}, \\
[\mathbf{C}_1(t, \geq 1)]^{(7)} &= [\mathbf{C}_1(t, 2)]^{(7)} = 1086 \cdot 9,6 = 10425,6 \text{ PLN}.
\end{aligned} \tag{3.7}$$

Wartości oczekiwane $[\boldsymbol{\mu}(\geq u)]^{(b)}$, $u = 1, 2$, warunkowych czasów przebywania bazy paliw w podzbiorach stanów bezpieczeństwa $\{1, 2\}$, $\{2\}$, wyznaczone w [Kołowrocki, Magryta, 2020c], wynoszą odpowiednio:

$$\begin{aligned}
[\boldsymbol{\mu}(\geq 1)]^{(1)} &\cong 8,08342, [\boldsymbol{\mu}(\geq 1)]^{(2)} \cong 8,16593, [\boldsymbol{\mu}(\geq 1)]^{(3)} = [\boldsymbol{\mu}(\geq 1)]^{(5)} \cong 7,60179, \\
[\boldsymbol{\mu}(\geq 1)]^{(4)} &= [\boldsymbol{\mu}(\geq 1)]^{(6)} \cong 6,80805, [\boldsymbol{\mu}(\geq 1)]^{(7)} \cong 8,00256. \\
[\boldsymbol{\mu}(2)]^{(1)} &\cong 5,15695, [\boldsymbol{\mu}(2)]^{(2)} \cong 5,21069, [\boldsymbol{\mu}(2)]^{(3)} = [\boldsymbol{\mu}(2)]^{(5)} \cong 4,85232, \\
[\boldsymbol{\mu}(2)]^{(4)} &= [\boldsymbol{\mu}(2)]^{(6)} \cong 4,34292, [\boldsymbol{\mu}(2)]^{(7)} \cong 5,10431.
\end{aligned} \tag{3.8}$$

Stosując wzór (2.38) do (3.7) i (3.8) otrzymujemy przybliżone wartości oczekiwane całkowitych kosztów eksploatacji $[\hat{\mathbf{C}}_1(\geq u)]^{(b)}$, $u = 1, 2$, $b = 1, 2, \dots, 7$, podsystemu A_1 w poszczególnych stanach eksploatacyjnych z_b , $b = 1, 2, \dots, 7$:

- w podzbiorze stanów bezpieczeństwa $\{1, 2\}$

$$\begin{aligned}
[\hat{\mathbf{C}}_1(\geq 1)]^{(1)} &= 8,08342 \cdot 10425,6 \cong 84274,50355 \text{ PLN}, \\
[\hat{\mathbf{C}}_1(\geq 1)]^{(2)} &= 8,16593 \cdot 10425,6 \cong 85134,71981 \text{ PLN}, \\
[\hat{\mathbf{C}}_1(\geq 1)]^{(3)} &= 7,60179 \cdot 17222,4 \cong 130921,06810 \text{ PLN}, \\
[\hat{\mathbf{C}}_1(\geq 1)]^{(4)} &= 6,80805 \cdot 27648 \cong 188228,9664 \text{ PLN}, \\
[\hat{\mathbf{C}}_1(\geq 1)]^{(5)} &= 7,60179 \cdot 17222,4 \cong 130921,06810 \text{ PLN}, \\
[\hat{\mathbf{C}}_1(\geq 1)]^{(6)} &= 6,80805 \cdot 27648 \cong 188228,96640 \text{ PLN}, \\
[\hat{\mathbf{C}}_1(\geq 1)]^{(7)} &= 8,00256 \cdot 10425,6 \cong 83431,48954 \text{ PLN},
\end{aligned} \tag{3.9}$$

- w podzbiorze stanów bezpieczeństwa $\{2\}$

$$\begin{aligned}
[\hat{\mathbf{C}}_1(2)]^{(1)} &= 5,15695 \cdot 10425,6 \cong 53764,29792 \text{ PLN}, \\
[\hat{\mathbf{C}}_1(2)]^{(2)} &= 5,21069 \cdot 10425,6 \cong 54324,56966 \text{ PLN}, \\
[\hat{\mathbf{C}}_1(2)]^{(3)} &= 4,85232 \cdot 17222,4 \cong 83568,59597 \text{ PLN}, \\
[\hat{\mathbf{C}}_1(2)]^{(4)} &= 4,34292 \cdot 27648 \cong 120073,05216 \text{ PLN}, \\
[\hat{\mathbf{C}}_1(2)]^{(5)} &= 4,85232 \cdot 17222,4 \cong 83568,59597 \text{ PLN}, \\
[\hat{\mathbf{C}}_1(2)]^{(6)} &= 4,3429 \cdot 27648 \cong 120072,49920 \text{ PLN}, \\
[\hat{\mathbf{C}}_1(2)]^{(7)} &= 5,10431 \cdot 10425,6 \cong 53215,49434 \text{ PLN}.
\end{aligned} \tag{3.10}$$

Ze względu na brak dostępnych danych, przyjmujemy arbitralnie, że odpowiednie wartości oczekiwane całkowitych kosztów eksploatacji dla pozostałych składników $A_2 - A_9$, wynoszą 10000 PLN rocznie, we wszystkich stanach eksploatacyjnych, jeśli są w użyciu, oraz 0 PLN, jeśli nie są w użyciu. Przy takim założeniu, biorąc pod uwagę procedurę korzystania z zasobów $A_2 - A_9$, w poszczególnych stanach eksploatacyjnych oraz całkowity koszt podsystemu A_1 podany w (3.9) i (3.10), ustalamy wartości oczekiwane całkowitych kosztów eksploatacji całej portowej bazy paliw w poszczególnych stanach eksploatacyjnych systemu z_b , $b = 1, 2, \dots, 7$, zgodnie z następującym wzorem:

- w podzbiorze stanów bezpieczeństwa $\{1, 2\}$

$$\begin{aligned}
[\hat{C}(\geq 1)]^{(1)} &= 84274, 50355 + 5 \cdot 10000 = 134274, 50355 \text{ PLN}, \\
[\hat{C}(\geq 1)]^{(2)} &= 85134, 71981 + 4 \cdot 10000 = 125134, 71981 \text{ PLN}, \\
[\hat{C}(\geq 1)]^{(3)} &= 130921, 06810 + 4 \cdot 10000 = 170921, 06810 \text{ PLN}, \\
[\hat{C}(\geq 1)]^{(4)} &= 188228, 9664 + 7 \cdot 10000 = 258228, 9664 \text{ PLN}, \\
[\hat{C}(\geq 1)]^{(5)} &= 130921, 06810 + 5 \cdot 10000 = 180921, 06810 \text{ PLN}, \\
[\hat{C}(\geq 1)]^{(6)} &= 188228, 96640 + 7 \cdot 10000 = 258228, 96640 \text{ PLN}, \\
[\hat{C}(\geq 1)]^{(7)} &= 83431, 48954 + 6 \cdot 10000 = 143431, 48954 \text{ PLN}, \tag{3.11}
\end{aligned}$$

- w podzbiorze stanów bezpieczeństwa $\{2\}$

$$\begin{aligned}
[\hat{C}(2)]^{(1)} &= 53764, 29792 + 5 \cdot 10000 = 103764, 29792 \text{ PLN}, \\
[\hat{C}(2)]^{(2)} &= 54324, 56966 + 4 \cdot 10000 = 94324, 56966 \text{ PLN}, \\
[\hat{C}(2)]^{(3)} &= 83568, 59597 + 4 \cdot 10000 = 123568, 59597 \text{ PLN}, \\
[\hat{C}(2)]^{(4)} &= 120073, 05216 + 7 \cdot 10000 = 190073, 05216 \text{ PLN}, \\
[\hat{C}(2)]^{(5)} &= 83568, 59597 + 5 \cdot 10000 = 133568, 59597 \text{ PLN}, \\
[\hat{C}(2)]^{(6)} &= 120072, 49920 + 7 \cdot 10000 = 190072, 49920 \text{ PLN}, \\
[\hat{C}(2)]^{(7)} &= 53215, 49434 + 6 \cdot 10000 = 113215, 49434 \text{ PLN}. \tag{3.12}
\end{aligned}$$

Biorąc pod uwagę wartości całkowitych kosztów eksploatacji $[\hat{C}(\geq u)]^{(b)}$, $u = 1, 2$, $b = 1, 2, \dots, 7$, w podzbiorach stanów bezpieczeństwa $\{1, 2\}$, $\{2\}$ w poszczególnych stanach eksploatacyjnych systemu z_b , $b = 1, 2, \dots, 7$, wyznaczone w (3.11)-(3.12), a także wartości granicznych prawdopodobieństw chwilowych p_b , $b = 1, 2, \dots, 7$, przebywania systemu w tych stanach eksploatacyjnych, wartości oczekiwane całkowitych kosztów eksploatacji portowej bazy paliw w PLN wynoszą:

- w podzbiorze stanów bezpieczeństwa $\{1, 2\}$

$$\begin{aligned}
\hat{C}(\geq 1) &\cong p_1[\hat{C}(\geq 1)]^{(1)} + p_2[\hat{C}(\geq 1)]^{(2)} + p_3[\hat{C}(\geq 1)]^{(3)} + p_4[\hat{C}(\geq 1)]^{(4)} \\
&\quad + p_5[\hat{C}(\geq 1)]^{(5)} + p_6[\hat{C}(\geq 1)]^{(6)} + p_7[\hat{C}(\geq 1)]^{(7)} \\
&\cong 0, 395 \cdot 134274, 50355 + 0, 06 \cdot 125134, 71981 + 0, 003 \cdot 170921, 06810 \\
&\quad + 0, 002 \cdot 258228, 9664 + 0, 2 \cdot 180921, 06810 + 0, 058 \cdot 258228, 96640 + 0, 282 \cdot 143431, 48954 \\
&\cong 153184, 90695, \tag{3.13}
\end{aligned}$$

- w podzbiorze stanów bezpieczeństwa $\{2\}$

$$\begin{aligned}
\hat{C}(2) &\cong p_1[\hat{C}(2)]^{(1)} + p_2[\hat{C}(2)]^{(2)} + p_3[\hat{C}(2)]^{(3)} + p_4[\hat{C}(2)]^{(4)} \\
&\quad + p_5[\hat{C}(2)]^{(5)} + p_6[\hat{C}(2)]^{(6)} + p_7[\hat{C}(2)]^{(7)} \\
&\cong 0, 395 \cdot 103764, 29792 + 0, 06 \cdot 94324, 56966 + 0, 003 \cdot 123568, 59597 \\
&\quad + 0, 002 \cdot 190073, 05216 + 0, 2 \cdot 133568, 59597 + 0, 058 \cdot 190072, 49920 + 0, 282 \cdot 113215, 49434 \\
&\cong 117061, 91730. \tag{3.14}
\end{aligned}$$

3.2 Analiza kosztu eksploatacji systemu technicznego promu morskiego

3.2.1 Koszt eksploatacji promu w danym przedziale czasu

3.2.1.1 Proces eksploatacji promu

Rozważany prom morski to statek pasażerski, pływający po Morzu Bałtyckim, który kursuje codziennie pomiędzy portami Gdynia i Karlskrona.



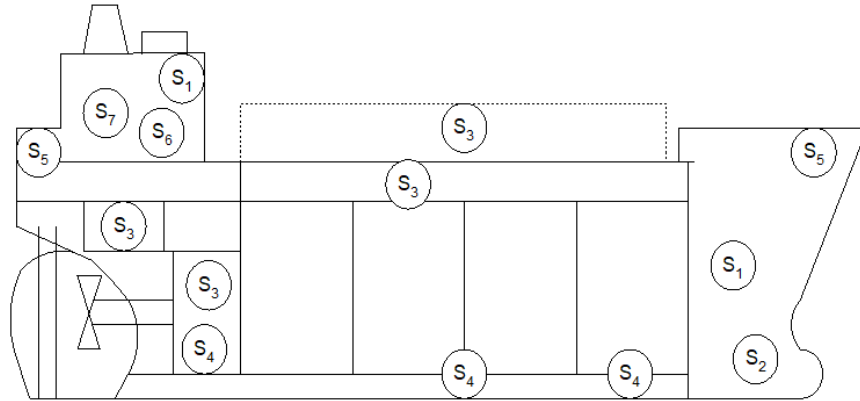
Rysunek 3.21: Połączenie promowe pomiędzy portami Gdynia i Karlskrona.

Zakładamy, że prom ten składa się z kilku głównych podsystemów, mających istotny wpływ na jego bezpieczeństwo. Podsystemy te zostały przedstawione na rysunku 3.22. oraz na rysunku 3.23.

Wyróżnione zostały jego następujące podsystemy:

- S_1 - nawigacyjny,
- S_2 - napędu i sterowania,
- S_3 - załadunku i rozładunku,
- S_4 - kontroli stabilności,
- S_5 - kotwiczno-cumowniczy,
- S_6 - ochrony i ratownictwa,
- S_7 - socjalny.

W analizie bezpieczeństwa promu pomijamy podsystem ochrony i ratownictwa oraz podsystem socjalny, biorąc pod uwagę jego podsystemy stricte techniczne i nazywamy je zbiorczo systemem technicznym promu, w skrócie – promem.



Rysunek 3.22: Podsystemy promu morskiego.

Podsystem nawigacyjny S_1 składa się z jednego głównego elementu $E_{11}^{(1)}$, wyposażonego w GPS, AIS, rejestr prędkości, żyrokompas, kompas magnetyczny, system echosondy, papierowe i elektroniczne mapy, radar, ARPA, system komunikacji i inne podsystemy. Podsystem napędu i sterowania S_2 składa się z:

- podsystemu S_{21} składającego się z 4 głównych silników $E_{11}^{(2)}, E_{12}^{(2)}, E_{13}^{(2)}, E_{14}^{(2)}$;
- podsystemu S_{22} składającego się z 3 sterów strumieniowych $E_{21}^{(2)}, E_{22}^{(2)}, E_{31}^{(2)}$;
- podsystemu S_{23} składającego się z dwóch śmigieł o skoku stałym $E_{41}^{(2)}, E_{51}^{(2)}$;
- podsystemu S_{24} składającego się z dwóch kierunkowych sterów $E_{61}^{(2)}, E_{71}^{(2)}$.

Podsystem załadunku i rozładunku S_3 składa się z:

- podsystemu S_{31} składającego się z 2 oddzielnych górnych pokładów naczep na pokład główny $E_{11}^{(3)}, E_{21}^{(3)}$;
- podsystemu S_{32} składającego się z 1 oddzielnego przedniego pokładu samochodowego na pokład główny $E_{31}^{(3)}$;
- podsystemu S_{33} składającego się z pasażerskiego pomostu do terminalu w Gdyni $E_{41}^{(3)}$;
- podsystemu S_{34} składającego się z pasażerskiego pomostu do terminalu w Karlskronie $E_{51}^{(3)}$.

Podsystem kontroli stabilności S_4 składa się z:

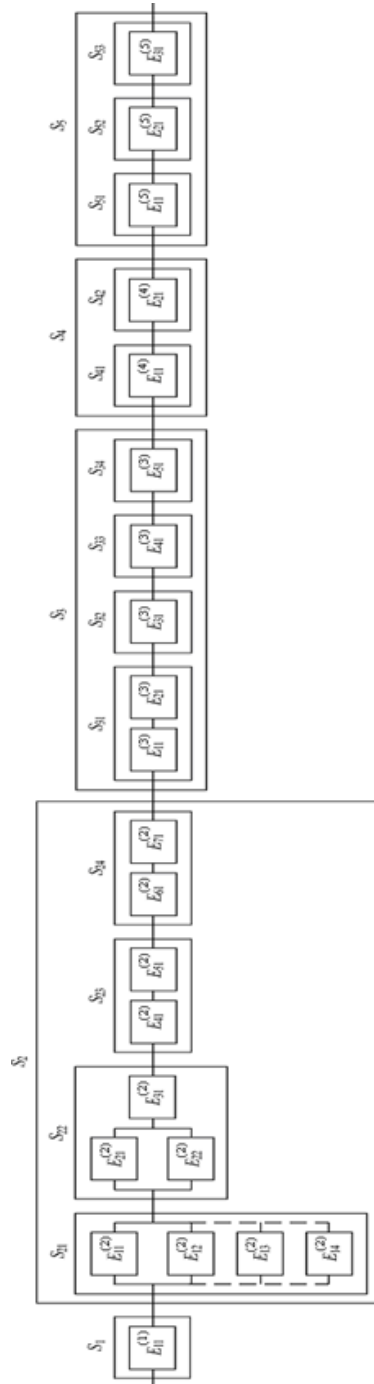
- podsystemu S_{41} składającego się z systemu przeciwdziałającego przechyłom $E_{11}^{(4)}$, który jest używany w porcie podczas operacji załadunkowych;
- podsystemu S_{42} składającego się z systemu przeciwdziałającego przechyłom $E_{21}^{(4)}$, który jest używany na morzu do stabilizacji kołysania statku.

Podsystem kotwiczno-cumowniczy S_5 składa się z:

- podsystemu S_{51} składającego się z kotwicznych wciągarek rufowych $E_{11}^{(5)}$;

- podsystemu S_{52} składającego się z wciągarek cumowniczych i kotwicznych na dziobie $E_{21}^{(5)}$;
- podsystemu S_{53} składającego się z wciągarek cumowniczych na dziobie $E_{31}^{(5)}$.

Struktura bezpieczeństwa systemu technicznego promu jest szeregową, o schemacie przedstawionym na rysunku 3.23.



Rysunek 3.23: Schemat struktury bezpieczeństwa systemu technicznego promu morskiego.

Biorąc pod uwagę opinie ekspertów – operatorów promu, odnoszące się do procesu eksploatacji jego systemu technicznego, identyfikujemy osiemnaście ($\nu = 18$) następujących stanów eksploatacyjnych:

- z_1 – załadunek w Porcie Gdynia,
- z_2 – operacja odcumowania w Porcie Gdynia,
- z_3 – wyjście z Portu Gdynia i żegluga do boi "GD",
- z_4 – żegluga po polskich wodach ograniczonych (od boi "GD" do granicy obszaru rozgraniczenia dróg wodnych),
- z_5 – żegluga po wodach otwartych (od granicy obszaru rozgraniczenia dróg wodnych w obrębie polskich obszarów morskich do boi "Angoering"),
- z_6 – żegluga po szwedzkich wodach ograniczonych (od boi "Angoering" do nabrzeża "Verko" w Karlskronie),
- z_7 – operacja cumowania w Porcie Karlskrona,
- z_8 – rozładunek w Porcie Karlskrona,
- z_9 – załadunek w Porcie Karlskrona,
- z_{10} – operacja odcumowania w Porcie Karlskrona,
- z_{11} – przeprawa promowa w Porcie Karlskrona,
- z_{12} – wyjście z Portu Karlskrona i żegluga po szwedzkich wodach ograniczonych do boi "Angoering",
- z_{13} – żegluga po wodach otwartych (od boi "Angoering" do granicy obszaru rozgraniczenia dróg wodnych w obrębie polskich obszarów morskich),
- z_{14} – żegluga po wodach ograniczonych (od granicy obszaru rozgraniczenia dróg wodnych w obrębie polskich obszarów morskich do boi "GD"),
- z_{15} – żegluga od boi "GD" do obszaru manewrowania w Porcie Gdynia,
- z_{16} – manewrowanie w Porcie Gdynia,
- z_{17} – operacja cumowania w Porcie Gdynia,
- z_{18} – rozładunek w Porcie Gdynia.

W celu identyfikacji nieznanymi parametrów procesu eksploatacji promu morskiego należy zebrać odpowiednie dane statystyczne pochodzące z jego rzeczywistych realizacji. Zebranie tych danych jest możliwe ze względu na dużą częstotliwość rejsów, które skutkują dużą liczbą realizacji procesu eksploatacji tego systemu. Proces ten jest bardzo regularny w tym sensie, że zmiany stanu eksploatacji następują od określonego stanu z_b , $b = 1, 2, \dots, 17$, do sąsiedniego stanu z_{b+1} , $b = 1, 2, \dots, 17$, i tylko ze stanu z_{18} do z_1 .

Charakterystykami procesu eksploatacji promu morskiego są [Kołowrocki, Soszyńska, 2010b; Kołowrocki, Soszyńska-Budny, 2011/2015; Kołowrocki, Magryta-Mut, 2021a]:

- wartości graniczne prawdopodobieństw procesu eksploatacji w poszczególnych stanach eksploatacyjnych z_b , $b = 1, 2, \dots, 18$:

$$\begin{aligned}
p_1 &= 0,038, & p_2 &= 0,002, & p_3 &= 0,026, & p_4 &= 0,036, & p_5 &= 0,363, \\
p_6 &= 0,026, & p_7 &= 0,005, & p_8 &= 0,016, & p_9 &= 0,037, & p_{10} &= 0,002, \\
p_{11} &= 0,003, & p_{12} &= 0,016, & p_{13} &= 0,351, & p_{14} &= 0,034, & p_{15} &= 0,024, \\
p_{16} &= 0,003, & p_{17} &= 0,005, & p_{18} &= 0,013,
\end{aligned} \tag{3.15}$$

- wartości oczekiwane łącznych czasów θ , $b = 1, 2, \dots, 18$, przebywania procesu eksploatacji systemu w poszczególnych stanach eksploatacyjnych z_b , $b = 1, 2, \dots, 18$, w ustalonym czasie pracy $\theta = 1$ miesiąc = 30 dni = 720 godzin:

$$\begin{aligned}
\hat{M}_1 &= 0,0038 \cdot 720 = 827,36, & \hat{M}_2 &= 0,002 \cdot 720 = 1,44, \\
\hat{M}_3 &= 0,026 \cdot 72018,72, & \hat{M}_4 &= 0,036 \cdot 72025,92, \\
\hat{M}_5 &= 0,363 \cdot 720261,36, & \hat{M}_6 &= 0,026 \cdot 72018,72, \\
\hat{M}_7 &= 0,005 \cdot 7203,6, & \hat{M}_8 &= 0,016 \cdot 72011,52, \\
\hat{M}_9 &= 0,037 \cdot 72026,64, & \hat{M}_{10} &= 0,002 \cdot 7201,44, \\
\hat{M}_{11} &= 0,003 \cdot 7202,16, & \hat{M}_{12} &= 0,016 \cdot 72011,52, \\
\hat{M}_{13} &= 0,351 \cdot 720252,72, & \hat{M}_{14} &= 0,034 \cdot 72024,48, \\
\hat{M}_{15} &= 0,024 \cdot 72017,28, & \hat{M}_{16} &= 0,003 \cdot 7202,16, \\
\hat{M}_{17} &= 0,005 \cdot 7203,6, & \hat{M}_{18} &= 0,013 \cdot 7209,36.
\end{aligned} \tag{3.16}$$

Na podstawie informacji dostarczonych przez ekspertów, przyjęto arbitralnie przybliżone wartości godzinowych kosztów eksploatacji dla poszczególnych stanów eksploatacyjnych podsystemów technicznych promu, które wynoszą:

- dla podsystemu nawigacyjnego S_1 używanego w stanach eksploatacyjnych z_b , $b = 1, 2, \dots, 18$, jest stały i wynosi $20c$, natomiast koszt tego podsystemu, gdy nie jest używany, wynosi $10c$;
- dla podsystemu napędu i sterowania S_2 używanego w stanach eksploatacyjnych z_b , $b = 2, 3, 6, 7, 10, 11, 15, 16, 17$, jest stały i wynosi $75c$, w stanach eksploatacyjnych z_b , $b = 4, 5, 12, 13, 14$, jest stały i wynosi $55c$, natomiast koszt tego podsystemu, gdy nie jest używany, wynosi $25c$;
- dla podsystemu załadunku i rozładunku S_3 używanego w stanach eksploatacyjnych z_b , $b = 1, 18$, jest stały i wynosi $30c$, w stanach eksploatacyjnych z_b , $b = 8, 9$, jest stały i wynosi $20c$, natomiast koszt tego podsystemu, gdy nie jest używany, wynosi $10c$;
- dla podsystemu kontroli stabilności S_4 używanego w stanach eksploatacyjnych z_b , $b = 1, 4, 5, 6, 8, 9, 12, 13, 14, 18$, jest stały i wynosi $13c$, natomiast koszt tego podsystemu, gdy nie jest używany, wynosi $10c$;
- dla podsystemu kotwiczno-cumowniczy S_5 używanego w stanach eksploatacyjnych z_b , $b = 2, 7, 10, 17$, jest stały i wynosi $30c$, natomiast koszt tego podsystemu, gdy nie jest używany, wynosi $5c$,

gdzie c jest współczynnikiem, przyjętym arbitralnie, służącym do wyznaczania kosztów podsystemów.

3.2.1.2 Modelowanie kosztu eksploatacji promu w przedziale czasu

W związku z powyższymi założeniami, udział podsystemów S_1, S_2, S_3, S_4, S_5 w poszczególnych stanach eksploatacyjnych implikuje, że warunkowe chwilowe koszty eksploatacji systemu na godzinę $[\hat{C}(t)]^{(b)}$, $t \geq 0$, $b = 1, 2, \dots, 18$, w tych stanach wynoszą:

$$\begin{aligned}
 [\hat{C}(t)]^{(1)} &= 93c, [\hat{C}(t)]^{(2)} = 145c, [\hat{C}(t)]^{(3)} = 120c, [\hat{C}(t)]^{(4)} = 103c, \\
 [\hat{C}(t)]^{(5)} &= 103c, [\hat{C}(t)]^{(6)} = 123c, [\hat{C}(t)]^{(7)} = 145c, [\hat{C}(t)]^{(8)} = 83c, \\
 [\hat{C}(t)]^{(9)} &= 83c, [\hat{C}(t)]^{(10)} = 145c, [\hat{C}(t)]^{(11)} = 120c, [\hat{C}(t)]^{(12)} = 103c, \\
 [\hat{C}(t)]^{(13)} &= 103c, [\hat{C}(t)]^{(14)} = 103c, [\hat{C}(t)]^{(15)} = 120c, \\
 [\hat{C}(t)]^{(16)} &= 120c, [\hat{C}(t)]^{(17)} = 145c, [\hat{C}(t)]^{(18)} = 93c.
 \end{aligned} \tag{3.17}$$

Stosując wzór (2.14) do (3.16) oraz (3.17), wyznaczamy wartości oczekiwane kosztów całkowitych $[\hat{C}(\theta)]^{(b)}$, $b = 1, 2, \dots, 18$, promu morskiego w poszczególnych stanach eksploatacyjnych z_b , $b = 1, 2, \dots, 18$, w czasie eksploatacji $\theta = 1$ miesiąc = 720 godzin. Wynoszą one odpowiednio:

$$\begin{aligned}
 [\hat{C}(\theta)]^{(1)} &= \int_0^{\hat{M}_1} [C_1(t)]^{(1)} dt = 93c \cdot 27,36 = 2554,48c, \\
 [\hat{C}(\theta)]^{(2)} &= \int_0^{\hat{M}_2} [C_1(t)]^{(2)} dt = 145c \cdot 1,44 = 208,8c, \\
 [\hat{C}(\theta)]^{(3)} &= \int_0^{\hat{M}_3} [C_1(t)]^{(3)} dt = 120c \cdot 18,72 = 2246,4c, \\
 [\hat{C}(\theta)]^{(4)} &= \int_0^{\hat{M}_4} [C_1(t)]^{(4)} dt = 103c \cdot 25,92 = 2669,76c, \\
 [\hat{C}(\theta)]^{(5)} &= \int_0^{\hat{M}_5} [C_1(t)]^{(5)} dt = 103c \cdot 261,36 = 26920,08c, \\
 [\hat{C}(\theta)]^{(6)} &= \int_0^{\hat{M}_6} [C_1(t)]^{(6)} dt = 123c \cdot 18,72 = 2302,56c, \\
 [\hat{C}(\theta)]^{(7)} &= \int_0^{\hat{M}_7} [C_1(t)]^{(7)} dt = 145c \cdot 3,6 = 522c, \\
 [\hat{C}(\theta)]^{(8)} &= \int_0^{\hat{M}_8} [C_1(t)]^{(8)} dt = 83c \cdot 11,52 = 965,16c, \\
 [\hat{C}(\theta)]^{(9)} &= \int_0^{\hat{M}_9} [C_1(t)]^{(9)} dt = 83c \cdot 26,64 = 2211,12c, \\
 [\hat{C}(\theta)]^{(10)} &= \int_0^{\hat{M}_{10}} [C_1(t)]^{(10)} dt = 145c \cdot 1,44 = 208,8c, \\
 [\hat{C}(\theta)]^{(11)} &= \int_0^{\hat{M}_{11}} [C_1(t)]^{(11)} dt = 120c \cdot 2,16 = 259,2c,
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
[\hat{C}(\theta)]^{(12)} &= \int_0^{\hat{M}_{12}} [C_1(t)]^{(12)} dt = 103c \cdot 11,52 = 1186,56c, \\
[\hat{C}(\theta)]^{(13)} &= \int_0^{\hat{M}_{13}} [C_1(t)]^{(13)} dt = 103c \cdot 252,72 = 26030,16c, \\
[\hat{C}(\theta)]^{(14)} &= \int_0^{\hat{M}_{14}} [C_1(t)]^{(14)} dt = 103c \cdot 24,48 = 2521,44c, \\
[\hat{C}(\theta)]^{(15)} &= \int_0^{\hat{M}_{15}} [C_1(t)]^{(15)} dt = 120c \cdot 17,28 = 2073,6c, \\
[\hat{C}(\theta)]^{(16)} &= \int_0^{\hat{M}_{16}} [C_1(t)]^{(16)} dt = 120c \cdot 2,16 = 259,2c, \\
[\hat{C}(\theta)]^{(17)} &= \int_0^{\hat{M}_{17}} [C_1(t)]^{(17)} dt = 145c \cdot 3,6 = 522c, \\
[\hat{C}(\theta)]^{(18)} &= \int_0^{\hat{M}_{18}} [C_1(t)]^{(18)} dt = 93c \cdot 9,36 = 870,48c. \tag{3.18}
\end{aligned}$$

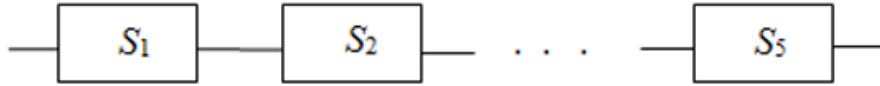
Na podstawie wartości oczekiwanych kosztów całkowitych $[\hat{C}_1(\theta)]^{(b)}$, $b = 1,2,\dots,18$, wyznaczonych w (3.18) oraz uwzględniając wartości prawdopodobieństw chwilowych p_b , $b = 1,2,\dots,18$, przebywania promu w poszczególnych stanach eksploatacyjnych otrzymujemy wartość oczekiwaną kosztu eksploatacji systemu, który w przedziale czasu $\theta = 1$ miesiąc wynosi

$$\begin{aligned}
\hat{C}(\theta) &\cong [\hat{C}(\theta)]^{(1)} + p_2[\hat{C}(\theta)]^{(2)} + p_3[\hat{C}(\theta)]^{(3)} + p_4[\hat{C}(\theta)]^{(4)} + p_5[\hat{C}(\theta)]^{(5)} \\
&+ p_6[\hat{C}(\theta)]^{(6)} + p_7[\hat{C}(\theta)]^{(7)} + p_8[\hat{C}(\theta)]^{(8)} + p_9[\hat{C}(\theta)]^{(9)} + p_{10}[\hat{C}(\theta)]^{(10)} + p_{11}[\hat{C}(\theta)]^{(11)} \\
&+ p_{12}[\hat{C}(\theta)]^{(12)} + p_{13}[\hat{C}(\theta)]^{(13)} + p_{14}[\hat{C}(\theta)]^{(14)} + p_{15}[\hat{C}(\theta)]^{(15)} \\
&+ p_{16}[\hat{C}(\theta)]^{(16)} + p_{17}[\hat{C}(\theta)]^{(17)} + p_{18}[\hat{C}(\theta)]^{(18)} \\
&\cong 0,038 \cdot 2554,48c + 0,002 \cdot 208,8c + 0,026 \cdot 2246,4c + 0,036 \cdot 2669,76c \\
&+ 0,363 \cdot 26920,08c + 0,026 \cdot 2302,56c + 0,005 \cdot 522c + 0,016 \cdot 965,16c + 0,037 \cdot 2211,12c \\
&+ 0,002 \cdot 208,8c + 0,003 \cdot 259,2c + 0,016 \cdot 1186,56c + 0,351 \cdot 26030,16c + 0,034 \cdot 2521,44c \\
&+ 0,024 \cdot 2073,6c + 0,003 \cdot 259,2c + 0,005 \cdot 522c + 0,013 \cdot 870,48c \\
&\cong 19490,69c \text{ PLN}. \tag{3.19}
\end{aligned}$$

3.2.2 Koszt eksploatacji promu podczas przebywania w danym podzbiore stanów bezpieczeństwa

3.2.2.1 Bezpieczeństwo

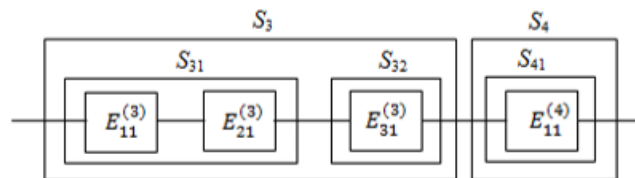
Podsystemy S_1, S_2, S_3, S_4, S_5 tworzą szeregową strukturę bezpieczeństwa systemu technicznego promu, o schemacie przedstawionym na rysunku 3.24.



Rysunek 3.24: Schemat struktury bezpieczeństwa systemu technicznego promu.

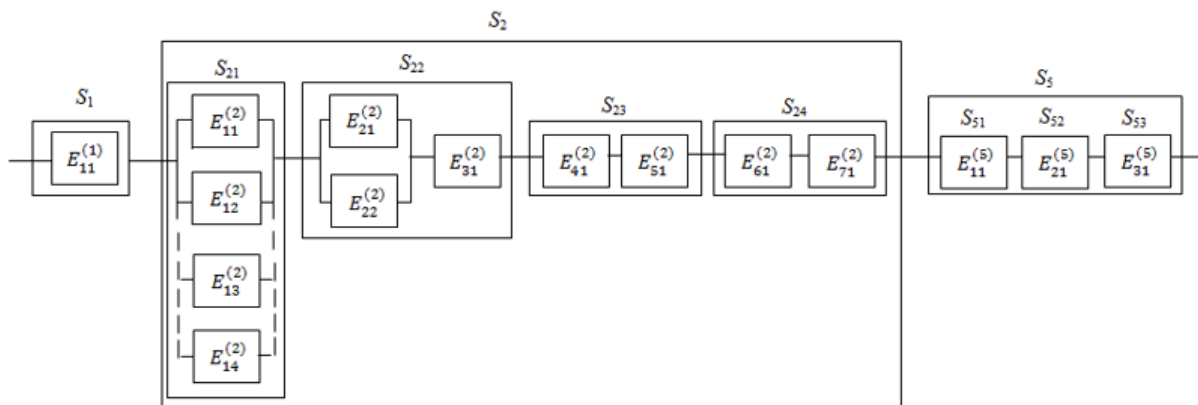
Przed przedstawieniem zależności struktury bezpieczeństwa od poszczególnych, zmieniających się w czasie stanów eksploatacyjnych należy te stany określić (rozdział 3.1.1.1.). Wpływ powyżej zdefiniowanych zmian stanów eksploatacyjnych na zmiany struktury bezpieczeństwa systemu technicznego promu jest następujący:

- w stanach eksploatacyjnych z_1 i z_{18} system techniczny promu składa się z dwóch podsystemów S_1 i S_4 tworzących strukturę bezpieczeństwa przedstawioną na rysunku 3.25.;



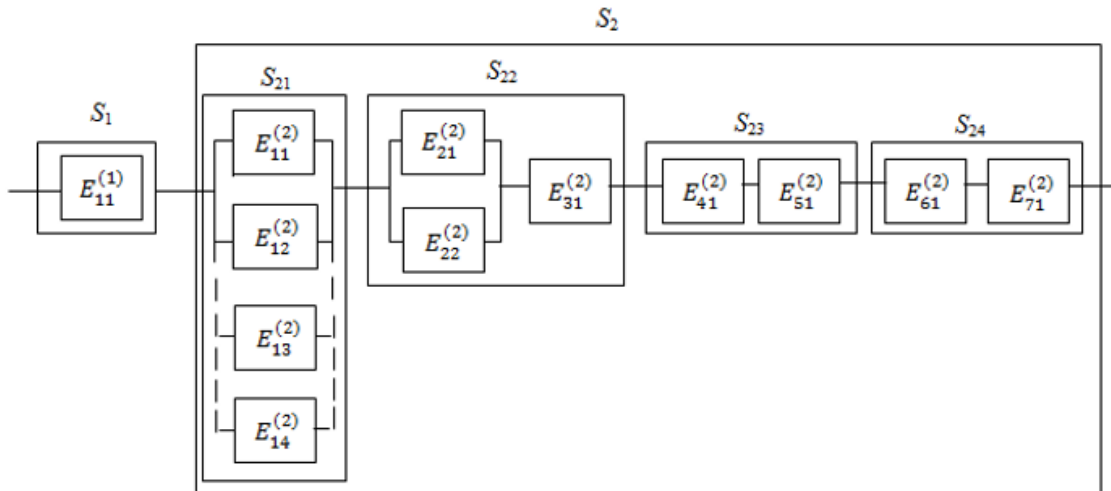
Rysunek 3.25: Schemat struktury bezpieczeństwa systemu technicznego promu w stanach eksploatacyjnych S_1 i S_{18} .

- w stanach eksploatacyjnych z_2 , z_7 , z_{10} i z_{17} the ferry technical system is composed of three subsystems S_1 , S_2 i S_5 tworzących strukturę bezpieczeństwa przedstawioną na rysunku 3.26.;



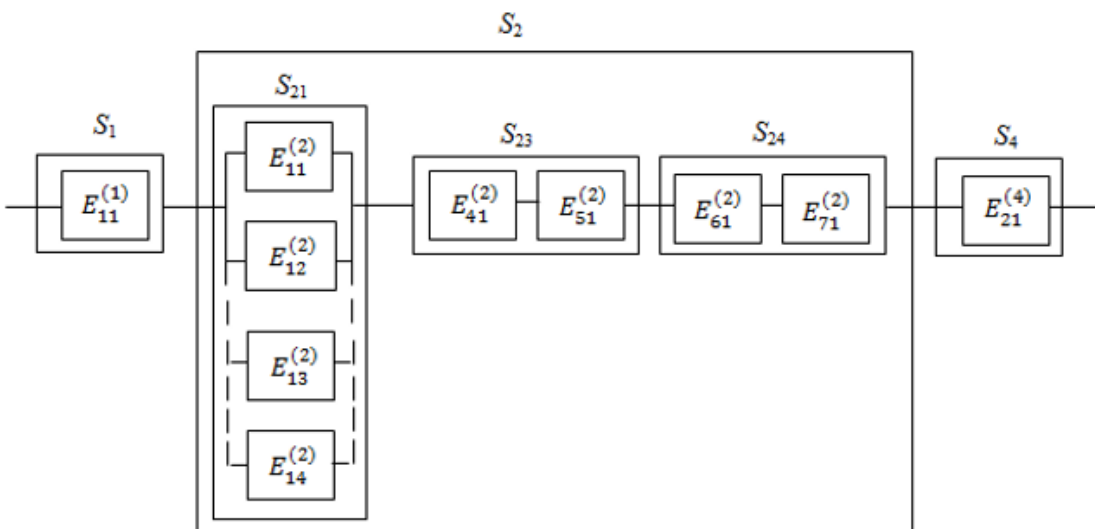
Rysunek 3.26: Schemat struktury bezpieczeństwa systemu technicznego promu w stanach eksploatacyjnych z_2 , z_7 , z_{10} i z_{17} .

- w stanach eksploatacyjnych z_3, z_{11}, z_{15} i z_{16} system techniczny promu składa się z dwóch podsystemów S_1 i S_2 tworzących strukturę bezpieczeństwa przedstawioną na rysunku 3.27.;



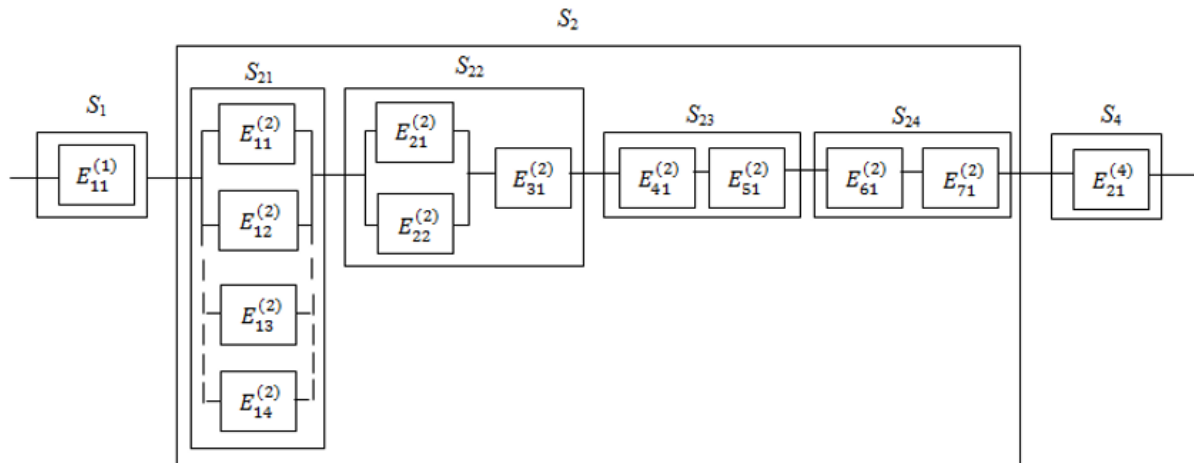
Rysunek 3.27: Schemat struktury bezpieczeństwa systemu technicznego promu w stanach eksploatacyjnych z_3, z_{11}, z_{15} i z_{16} .

- w stanach eksploatacyjnych z_4, z_5, z_{12}, z_{13} i z_{14} system techniczny promu składa się z trzech podsystemów S_1, S_2 i S_4 tworzących strukturę bezpieczeństwa przedstawioną na rysunku 3.28.;



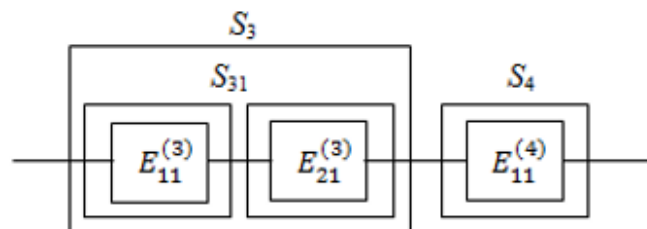
Rysunek 3.28: Schemat struktury bezpieczeństwa systemu technicznego promu w stanach eksploatacyjnych z_4, z_5, z_{12}, z_{13} i z_{14} .

- w stanie eksploatacyjnym z_6 system techniczny promu składa się z trzech podsystemów S_1 , S_2 i S_4 tworzących strukturę bezpieczeństwa przedstawioną na rysunku 3.29.;



Rysunek 3.29: Schemat struktury bezpieczeństwa systemu technicznego promu w stanie eksploatacyjnym z_6 .

- w stanach eksploatacyjnych z_8 i z_9 system techniczny promu składa się z dwóch podsystemów S_3 i S_4 tworzących strukturę bezpieczeństwa przedstawioną na rysunku 3.30.;



Rysunek 3.30: Schemat struktury bezpieczeństwa systemu technicznego promu w stanach eksploatacyjnych z_8 i z_9 .

Po uwzględnieniu uwag i opinii ekspertów oraz biorąc pod uwagę aspekty efektywności i bezpieczeństwa eksploatacji promu, wyróżniamy pięć następujących stanów bezpieczeństwa ($z = 4$) systemu technicznego promu i jego elementów:

- stan bezpieczeństwa 4 – pełne bezpieczeństwo,
- stan bezpieczeństwa 3 – bezpieczeństwo wysokiego poziomu,
- stan bezpieczeństwa 2 – bezpieczeństwo średniego poziomu,
- stan bezpieczeństwa 1 – bezpieczeństwo niskiego poziomu,
- stan bezpieczeństwa 0 – stan zagrożenia.

Zakładamy również, że:

- stany bezpieczeństwa systemu o starzejących się w czasie elementach, mogą zmieniać się tylko z lepszych na gorsze,
- krytycznym stanem bezpieczeństwa systemu i jego elementów jest $r = 2$,
- akceptowalna wartość funkcji ryzyka wynosi $\delta = 0,05$,

Na podstawie powyższych założeń oraz danych dostarczonych przez ekspertów, można stwierdzić, że funkcja bezpieczeństwa systemu [Kołowrocki, Magryta-Mut, 2021a] uwzględniająca wpływ jego procesu eksploatacji, jest określona za pomocą wektora

$$\mathbf{S}(t, \cdot) = [\mathbf{S}(t, 1), \mathbf{S}(t, 2), \mathbf{S}(t, 3), \mathbf{S}(t, 4)], \quad t \geq 0,$$

ze składowymi:

$$\begin{aligned} \mathbf{S}(t, 1) = & 0,038 \cdot [\mathbf{S}(t, 1)]^{(1)} + 0,002 \cdot [\mathbf{S}(t, 1)]^{(2)} + 0,026 \cdot [\mathbf{S}(t, 1)]^{(3)} + 0,036 \cdot [\mathbf{S}(t, 1)]^{(4)} \\ & + 0,363 \cdot [\mathbf{S}(t, 1)]^{(5)} + 0,026 \cdot [\mathbf{S}(t, 1)]^{(6)} + 0,005 \cdot [\mathbf{S}(t, 1)]^{(7)} + 0,016 \cdot [\mathbf{S}(t, 1)]^{(8)} \\ & + 0,037 \cdot [\mathbf{S}(t, 1)]^{(9)} + 0,002 \cdot [\mathbf{S}(t, 1)]^{(10)} + 0,003 \cdot [\mathbf{S}(t, 1)]^{(11)} + 0,016 \cdot [\mathbf{S}(t, 1)]^{(12)} \\ & + 0,351 \cdot [\mathbf{S}(t, 1)]^{(13)} + 0,034 \cdot [\mathbf{S}(t, 1)]^{(14)} + 0,024 \cdot [\mathbf{S}(t, 1)]^{(15)} + 0,003 \cdot [\mathbf{S}(t, 1)]^{(16)} \\ & + 0,005 \cdot [\mathbf{S}(t, 1)]^{(17)} + 0,013 \cdot [\mathbf{S}(t, 1)]^{(18)}, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \mathbf{S}(t, 2) = & 0,038 \cdot [\mathbf{S}(t, 2)]^{(1)} + 0,002 \cdot [\mathbf{S}(t, 2)]^{(2)} + 0,026 \cdot [\mathbf{S}(t, 2)]^{(3)} + 0,036 \cdot [\mathbf{S}(t, 2)]^{(4)} \\ & + 0,363 \cdot [\mathbf{S}(t, 2)]^{(5)} + 0,026 \cdot [\mathbf{S}(t, 2)]^{(6)} + 0,005 \cdot [\mathbf{S}(t, 2)]^{(7)} + 0,016 \cdot [\mathbf{S}(t, 2)]^{(8)} \\ & + 0,037 \cdot [\mathbf{S}(t, 2)]^{(9)} + 0,002 \cdot [\mathbf{S}(t, 2)]^{(10)} + 0,003 \cdot [\mathbf{S}(t, 2)]^{(11)} + 0,016 \cdot [\mathbf{S}(t, 2)]^{(12)} \\ & + 0,351 \cdot [\mathbf{S}(t, 2)]^{(13)} + 0,034 \cdot [\mathbf{S}(t, 2)]^{(14)} + 0,024 \cdot [\mathbf{S}(t, 2)]^{(15)} + 0,003 \cdot [\mathbf{S}(t, 2)]^{(16)} \\ & + 0,005 \cdot [\mathbf{S}(t, 2)]^{(17)} + 0,013 \cdot [\mathbf{S}(t, 2)]^{(18)}, \end{aligned}$$

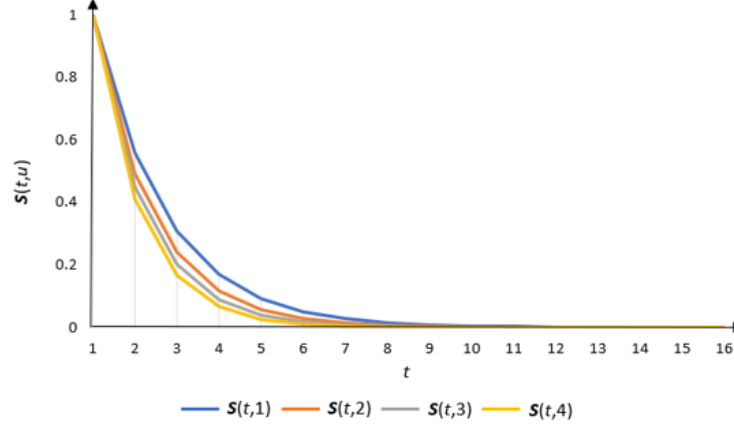
$$\begin{aligned} \mathbf{S}(t, 3) = & 0,038 \cdot [\mathbf{S}(t, 3)]^{(1)} + 0,002 \cdot [\mathbf{S}(t, 3)]^{(2)} + 0,026 \cdot [\mathbf{S}(t, 3)]^{(3)} + 0,036 \cdot [\mathbf{S}(t, 3)]^{(4)} \\ & + 0,363 \cdot [\mathbf{S}(t, 3)]^{(5)} + 0,026 \cdot [\mathbf{S}(t, 3)]^{(6)} + 0,005 \cdot [\mathbf{S}(t, 3)]^{(7)} + 0,016 \cdot [\mathbf{S}(t, 3)]^{(8)} \\ & + 0,037 \cdot [\mathbf{S}(t, 3)]^{(9)} + 0,002 \cdot [\mathbf{S}(t, 3)]^{(10)} + 0,003 \cdot [\mathbf{S}(t, 3)]^{(11)} + 0,016 \cdot [\mathbf{S}(t, 3)]^{(12)} \\ & + 0,351 \cdot [\mathbf{S}(t, 3)]^{(13)} + 0,034 \cdot [\mathbf{S}(t, 3)]^{(14)} + 0,024 \cdot [\mathbf{S}(t, 3)]^{(15)} + 0,003 \cdot [\mathbf{S}(t, 3)]^{(16)} \\ & + 0,005 \cdot [\mathbf{S}(t, 3)]^{(17)} + 0,013 \cdot [\mathbf{S}(t, 3)]^{(18)}, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \mathbf{S}(t, 4) = & 0,038 \cdot [\mathbf{S}(t, 4)]^{(1)} + 0,002 \cdot [\mathbf{S}(t, 4)]^{(2)} + 0,026 \cdot [\mathbf{S}(t, 4)]^{(3)} + 0,036 \cdot [\mathbf{S}(t, 4)]^{(4)} \\ & + 0,363 \cdot [\mathbf{S}(t, 4)]^{(5)} + 0,026 \cdot [\mathbf{S}(t, 4)]^{(6)} + 0,005 \cdot [\mathbf{S}(t, 4)]^{(7)} + 0,016 \cdot [\mathbf{S}(t, 4)]^{(8)} \\ & + 0,037 \cdot [\mathbf{S}(t, 4)]^{(9)} + 0,002 \cdot [\mathbf{S}(t, 4)]^{(10)} + 0,003 \cdot [\mathbf{S}(t, 4)]^{(11)} + 0,016 \cdot [\mathbf{S}(t, 4)]^{(12)} \\ & + 0,351 \cdot [\mathbf{S}(t, 4)]^{(13)} + 0,034 \cdot [\mathbf{S}(t, 4)]^{(14)} + 0,024 \cdot [\mathbf{S}(t, 4)]^{(15)} + 0,003 \cdot [\mathbf{S}(t, 4)]^{(16)} \end{aligned}$$

$$+0,005 \cdot [\mathcal{S}(t, 4)]^{(17)} + 0,013 \cdot [\mathcal{S}(t, 4)]^{(18)}.$$

Składowe funkcji bezpieczeństwa $[\mathcal{S}(t, u)]^{(b)}$, $t \geq 0$, $u = 1, 2, 3, 4$, $b = 1, 2, \dots, 18$, are given respectively [Kołowrocki, Magryta-Mut, 2021a; Magryta-Mut, 2020].

Wykres funkcji bezpieczeństwa jest przedstawiony na rysunku 3.31.



Rysunek 3.31: Wykres funkcji bezpieczeństwa promu.

Stąd, wartości oczekiwane oraz odchylenia standardowe bezwarunkowych czasów przebywania promu w podziorach stanów bezpieczeństwa $\{1, 2, 3, 4\}$, $\{2, 3, 4\}$, $\{3, 4\}$, $\{4\}$ wyrażone w latach wynoszą odpowiednio:

$$\begin{aligned} \mu(\geq 1) &\cong 0,038 \cdot 1,70476 + 0,002 \cdot 1,60772 + 0,026 \cdot 1,68087 + 0,036 \cdot 1,6956 \\ &+ 0,363 \cdot 1,69547 + 0,026 \cdot 1,67434 + 0,005 \cdot 1,54736 + 0,016 \cdot 1,72871 \\ &+ 0,037 \cdot 1,72871 + 0,002 \cdot 1,60772 + 0,003 \cdot 1,6102 + 0,016 \cdot 1,70148 \\ &+ 0,351 \cdot 1,69547 + 0,034 \cdot 1,6863 + 0,024 \cdot 1,68087 + 0,003 \cdot 1,61025 \\ &+ 0,005 \cdot 1,54736 + 0,013 \cdot 1,70476 \cong 1,69629, \\ \sigma(\geq 1) &\cong 1,67052, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \mu(\geq 2) &\cong 0,038 \cdot 1,41708 + 0,002 \cdot 1,32879 + 0,026 \cdot 1,3912 + 0,036 \cdot 1,39303 \\ &+ 0,363 \cdot 1,39292 + 0,026 \cdot 1,37699 + 0,005 \cdot 1,27865 + 0,016 \cdot 1,43719 \\ &+ 0,037 \cdot 1,43719 + 0,002 \cdot 1,32879 + 0,003 \cdot 1,3336 + 0,016 \cdot 1,39692 \\ &+ 0,351 \cdot 1,39292 + 0,034 \cdot 1,3854 + 0,024 \cdot 1,3912 + 0,003 \cdot 1,3336 \\ &+ 0,005 \cdot 1,27865 + 0,013 \cdot 1,41708 \cong 1,39654, \\ \sigma(\geq 2) &\cong 1,37901, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \mu(\geq 3) &\cong 0,038 \cdot 1,22861 + 0,002 \cdot 1,18936 + 0,026 \cdot 1,24553 + 0,036 \cdot 1,24632 \\ &+ 0,363 \cdot 1,24619 + 0,026 \cdot 1,23228 + 0,005 \cdot 1,15851 + 0,016 \cdot 1,26722 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&+0,037 \cdot 1,26722 + 0,002 \cdot 1,18936 + 0,003 \cdot 1,19593 + 0,016 \cdot 1,24985 \\
&+0,361 \cdot 1,24619 + 0,034 \cdot 1,23945 + 0,024 \cdot 1,24553 + 0,003 \cdot 1,19593 \\
&\quad +0,005 \cdot 1,15851 + 0,013 \cdot 1,22861 \cong 1,24527, \\
&\quad \sigma(\geq 3) \cong 1,23182,
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\mu(4) &\cong 0,038 \cdot 1,11601 + 0,002 \cdot 1,06574 + 0,026 \cdot 1,11512 + 0,036 \cdot 1,11522 \\
&+0,363 \cdot 1,1151 + 0,026 \cdot 1,10301 + 0,005 \cdot 1,02847 + 0,016 \cdot 1,13163 \\
&+0,037 \cdot 1,13163 + 0,002 \cdot 1,06574 + 0,003 \cdot 1,07262 + 0,016 \cdot 1,11836 \\
&+0,351 \cdot 1,1151 + 0,034 \cdot 1,1091 + 0,024 \cdot 1,11512 + 0,003 \cdot 1,07262 \\
&\quad +0,005 \cdot 1,02847 + 0,013 \cdot 1,11601 \cong 1,11535, \\
&\quad \sigma(4) \cong 1,10288.
\end{aligned}$$

Wartości średnie czasów przebywania promu w osobnych stanach bezpieczeństwa 1, 2, 3, 4, wyrażone w latach wynoszą odpowiednio:

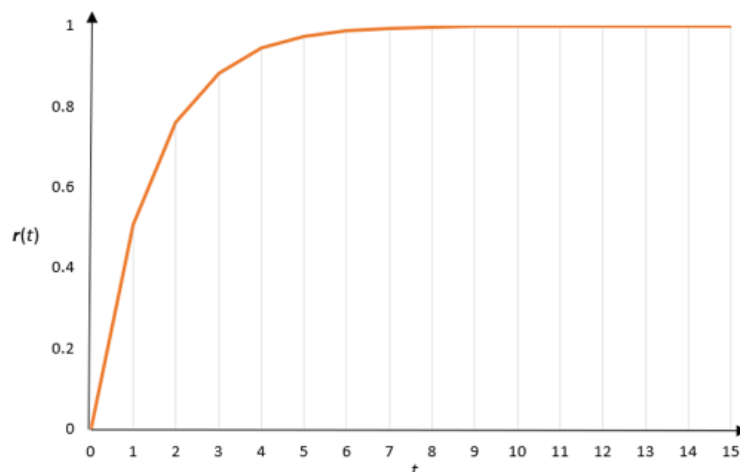
$$\bar{\mu}(1) = \mu(\geq 1) - \mu(\geq 2) = 0,299816, \quad \bar{\mu}(2) = \mu(\geq 2) - \mu(\geq 3) = 0,149614,$$

$$\bar{\mu}(3) = \mu(\geq 3) - \mu(4) = 0,130199, \quad \bar{\mu}(4) = \mu(4) = 1,114243,$$

Przy założeniu, że krytycznym stanem bezpieczeństwa systemu jest stan $r = 2$, [Kołowrocki, Magryta-Mut, 2021a; Magryta-Mut, 2020] funkcja ryzyka przyjmuje postać

$$r(t) = 1 - S(t, 2) \text{ dla } t \geq 0,$$

Wykres funkcji ryzyka jest przedstawiony na rysunku 3.32.



Rysunek 3.32: Wykres funkcji ryzyka promu.

Stąd, moment w którym ryzyko przekroczy dozwolony poziom $\delta = 0,05$, wynosi

$$\tau = r^{-1}(\delta) \cong 0,073 \text{ roku.}$$

Przybliżone intensywności starzenia się promu, tj. intensywności wyjścia z podzbiorów stanów bezpieczeństwa $\{1, 2, 3, 4\}$, $\{2, 3, 4\}$, $\{3, 4\}$, $\{4\}$ wynoszą odpowiednio:

$$\lambda(\geq 1) = 0,590363, \lambda(\geq 2) = 0,716869, \lambda(\geq 3) = 0,803573, \lambda(\geq 4) = 0,897470.$$

Zatem, uwzględniając powyższe wyniki, współczynniki wpływu procesu eksploatacji na bezpieczeństwo promu w podzbiórach stanów bezpieczeństwa $\{1, 2, 3, 4\}$, $\{2, 3, 4\}$, $\{3, 4\}$, $\{4\}$ wynoszą odpowiednio:

$$\rho(\geq 1) = 1,044942, \rho(\geq 2) = 1,058098, \rho(\geq 3) = 1,044645, \rho(\geq 4) = 1,044655.$$

Następnie, współczynniki odporności promu na oddziaływanie jego procesu eksploatacji w poszczególnych stanach bezpieczeństwa, wynoszą:

$$RI(\geq 1) = 1/\rho(\geq 1) = 0,9570 = 95,70\%, RI(\geq 2) = 1/\rho(\geq 2) = 0,9451 = 94,51\%.$$

$$RI(\geq 3) = 1/\rho(\geq 3) = 0,9573 = 95,73\%, RI(4) = 1/\rho(4) = 0,9573 = 95,73\%,$$

3.2.2.2 Modelowanie kosztu przebywania promu w podzbiórze stanów bezpieczeństwa

Biorąc pod uwagę użycie podsystemów S_1, S_2, S_3, S_4, S_5 w określonych stanach eksploatacyjnych wyznaczamy warunkowe chwilowe koszty eksploatacji systemu $[C_1(t, u)]^{(b)}$, $u = 1, 2, 3, 4$, $b = 1, 2, \dots, 18$, w podzbiórach stanów bezpieczeństwa $\{1, 2, 3, 4\}$, $\{2, 3, 4\}$, $\{3, 4\}$, $\{4\}$ dla $t \in \langle 0, 1 \rangle$, $b = 1, 2, \dots, 18$, w poszczególnych stanach eksploatacyjnych z_b , $b = 1, 2, \dots, 18$:

$$\begin{aligned} [C(t, \geq 1)]^{(1)} &= [C(t, \geq 2)]^{(1)} = [C(t, \geq 3)]^{(1)} = [C(t, 4)]^{(1)} = 93c, \\ [C(t, \geq 1)]^{(2)} &= [C(t, \geq 2)]^{(2)} = [C(t, \geq 3)]^{(2)} = [C(t, 4)]^{(2)} = 145c, \\ [C(t, \geq 1)]^{(3)} &= [C(t, \geq 2)]^{(3)} = [C(t, \geq 3)]^{(3)} = [C(t, 4)]^{(3)} = 120c, \\ [C(t, \geq 1)]^{(4)} &= [C(t, \geq 2)]^{(4)} = [C(t, \geq 3)]^{(4)} = [C(t, 4)]^{(4)} = 103c, \\ [C(t, \geq 1)]^{(5)} &= [C(t, \geq 2)]^{(5)} = [C(t, \geq 3)]^{(5)} = [C(t, 4)]^{(5)} = 103c, \\ [C(t, \geq 1)]^{(6)} &= [C(t, \geq 2)]^{(6)} = [C(t, \geq 3)]^{(6)} = [C(t, 4)]^{(6)} = 123c, \\ [C(t, \geq 1)]^{(7)} &= [C(t, \geq 2)]^{(7)} = [C(t, \geq 3)]^{(7)} = [C(t, 4)]^{(7)} = 145c, \\ [C(t, \geq 1)]^{(8)} &= [C(t, \geq 2)]^{(8)} = [C(t, \geq 3)]^{(8)} = [C(t, 4)]^{(8)} = 83c, \\ [C(t, \geq 1)]^{(9)} &= [C(t, \geq 2)]^{(9)} = [C(t, \geq 3)]^{(9)} = [C(t, 4)]^{(9)} = 83c, \\ [C(t, \geq 1)]^{(10)} &= [C(t, \geq 2)]^{(10)} = [C(t, \geq 3)]^{(10)} = [C(t, 4)]^{(10)} = 145c, \\ [C(t, \geq 1)]^{(11)} &= [C(t, \geq 2)]^{(11)} = [C(t, \geq 3)]^{(11)} = [C(t, 4)]^{(11)} = 120c, \\ [C(t, \geq 1)]^{(12)} &= [C(t, \geq 2)]^{(12)} = [C(t, \geq 3)]^{(12)} = [C(t, 4)]^{(12)} = 103c, \\ [C(t, \geq 1)]^{(13)} &= [C(t, \geq 2)]^{(13)} = [C(t, \geq 3)]^{(13)} = [C(t, 4)]^{(13)} = 103c, \\ [C(t, \geq 1)]^{(14)} &= [C(t, \geq 2)]^{(14)} = [C(t, \geq 3)]^{(14)} = [C(t, 4)]^{(14)} = 103c, \\ [C(t, \geq 1)]^{(15)} &= [C(t, \geq 2)]^{(15)} = [C(t, \geq 3)]^{(15)} = [C(t, 4)]^{(15)} = 120c, \\ [C(t, \geq 1)]^{(16)} &= [C(t, \geq 2)]^{(16)} = [C(t, \geq 3)]^{(16)} = [C(t, 4)]^{(16)} = 120c, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
[\mathbf{C}(t, \geq 1)]^{(17)} &= [\mathbf{C}(t, \geq 2)]^{(17)} = [\mathbf{C}(t, \geq 3)]^{(17)} = [\mathbf{C}(t, 4)]^{(17)} = 145c, \\
[\mathbf{C}(t, \geq 1)]^{(18)} &= [\mathbf{C}(t, \geq 2)]^{(18)} = [\mathbf{C}(t, \geq 3)]^{(18)} = [\mathbf{C}(t, 4)]^{(18)} = 93c.
\end{aligned} \tag{3.20}$$

Wartości oczekiwane $[\mu(\geq u)]^{(b)}$, $u = 1, 2, 3, 4$, warunkowych czasów przebywania bazy paliw w podzbiorach stanów bezpieczeństwa $\{1, 2, 3, 4\}$, $\{2, 3, 4\}$, $\{3, 4\}$, $\{4\}$ wynoszą odpowiednio:

$$\begin{aligned}
[\mu(\geq 1)]^{(1)} &= 1, 70476, [\mu(\geq 1)]^{(2)} = 1, 60772, \\
[\mu(\geq 1)]^{(3)} &= 1, 68087, [\mu(\geq 1)]^{(4)} = 1, 6956, \\
[\mu(\geq 1)]^{(5)} &= 1, 69547, [\mu(\geq 1)]^{(6)} = 1, 67434, \\
[\mu(\geq 1)]^{(7)} &= 1, 54736, [\mu(\geq 1)]^{(8)} = 1, 72871, \\
[\mu(\geq 1)]^{(9)} &= 1, 72871, [\mu(\geq 1)]^{(10)} = 1, 60772, \\
[\mu(\geq 1)]^{(11)} &= 1, 6102, [\mu(\geq 1)]^{(12)} = 1, 70148, \\
[\mu(\geq 1)]^{(13)} &= 1, 69547, [\mu(\geq 1)]^{(14)} = 1, 6863, \\
[\mu(\geq 1)]^{(15)} &= 1, 68087, [\mu(\geq 1)]^{(16)} = 1, 61025, \\
[\mu(\geq 1)]^{(17)} &= 1, 54736, [\mu(\geq 1)]^{(18)} = 1, 70476,
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
[\mu(\geq 2)]^{(1)} &= 1, 41708, [\mu(\geq 2)]^{(2)} = 1, 32879, \\
[\mu(\geq 2)]^{(3)} &= 1, 3912, [\mu(\geq 2)]^{(4)} = 1, 39303, \\
[\mu(\geq 2)]^{(5)} &= 1, 39292, [\mu(\geq 2)]^{(6)} = 1, 37699, \\
[\mu(\geq 2)]^{(7)} &= 1, 27865, [\mu(\geq 2)]^{(8)} = 1, 43719, \\
[\mu(\geq 2)]^{(9)} &= 1, 43719, [\mu(\geq 2)]^{(10)} = 1, 32879, \\
[\mu(\geq 2)]^{(11)} &= 1, 3336, [\mu(\geq 2)]^{(12)} = 1, 39692, \\
[\mu(\geq 2)]^{(13)} &= 1, 39292, [\mu(\geq 2)]^{(14)} = 1, 3854, \\
[\mu(\geq 2)]^{(15)} &= 1, 3912, [\mu(\geq 2)]^{(16)} = 1, 3336, \\
[\mu(\geq 2)]^{(17)} &= 1, 27865, [\mu(\geq 2)]^{(18)} = 1, 41708,
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
[\mu(\geq 3)]^{(1)} &= 1, 22861, [\mu(\geq 3)]^{(2)} = 1, 18936, \\
[\mu(\geq 3)]^{(3)} &= 1, 24553, [\mu(\geq 3)]^{(4)} = 1, 24632, \\
[\mu(\geq 3)]^{(5)} &= 1, 24619, [\mu(\geq 3)]^{(6)} = 1, 23228, \\
[\mu(\geq 3)]^{(7)} &= 1, 15851, [\mu(\geq 3)]^{(8)} = 1, 26722, \\
[\mu(\geq 3)]^{(9)} &= 1, 26722, [\mu(\geq 3)]^{(10)} = 1, 18936, \\
[\mu(\geq 3)]^{(11)} &= 1, 19593, [\mu(\geq 3)]^{(12)} = 1, 24985, \\
[\mu(\geq 3)]^{(13)} &= 1, 24619, [\mu(\geq 3)]^{(14)} = 1, 23945, \\
[\mu(\geq 3)]^{(15)} &= 1, 24553, [\mu(\geq 3)]^{(16)} = 1, 19593, \\
[\mu(\geq 3)]^{(17)} &= 1, 15851, [\mu(\geq 3)]^{(18)} = 1, 22861,
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
[\boldsymbol{\mu}(4)]^{(1)} &= 1, 11601, [\boldsymbol{\mu}(4)]^{(2)} = 1, 06574, \\
[\boldsymbol{\mu}(4)]^{(3)} &= 1, 11512, [\boldsymbol{\mu}(4)]^{(4)} = 1, 11522, \\
[\boldsymbol{\mu}(4)]^{(5)} &= 1, 1151, [\boldsymbol{\mu}(4)]^{(6)} = 1, 10301, \\
[\boldsymbol{\mu}(4)]^{(7)} &= 1, 02847, [\boldsymbol{\mu}(4)]^{(8)} = 1, 13163, \\
[\boldsymbol{\mu}(4)]^{(9)} &= 1, 13163, [\boldsymbol{\mu}(4)]^{(10)} = 1, 06574, \\
[\boldsymbol{\mu}(4)]^{(11)} &= 1, 07262, [\boldsymbol{\mu}(4)]^{(12)} = 1, 11836, \\
[\boldsymbol{\mu}(4)]^{(13)} &= 1, 1151, [\boldsymbol{\mu}(4)]^{(14)} = 1, 1091, \\
[\boldsymbol{\mu}(4)]^{(15)} &= 1, 11512, [\boldsymbol{\mu}(4)]^{(16)} = 1, 07262, \\
[\boldsymbol{\mu}(4)]^{(17)} &= 1, 02847, [\boldsymbol{\mu}(4)]^{(18)} = 1, 11601,
\end{aligned} \tag{3.21}$$

Zatem stosując wzór (2.38) do (3.20) oraz (3.21) otrzymujemy przybliżone wartości oczekiwane całkowitych kosztów eksploatacji $[\hat{C}_1(\geq u)]^{(b)}$, $u = 1, 2, 3, 4$ $b = 1, 2, \dots, 18$, całkowitych kosztów eksploatacji w poszczególnych stanach eksploatacyjnych systemu z_b , $b = 1, 2, \dots, 18$, wynoszą:

- w podzbiorze stanów bezpieczeństwa $\{1, 2, 3, 4\}$

$$\begin{aligned}
[\hat{C}(\geq 1)]^{(1)} &= 1, 70476 \cdot 93c \cong 158, 54268c \text{ PLN}, \\
[\hat{C}(\geq 1)]^{(2)} &= 1, 60772 \cdot 145c \cong 233, 11940c \text{ PLN}, \\
[\hat{C}(\geq 1)]^{(3)} &= 1, 68087 \cdot 120c \cong 201, 70440c \text{ PLN}, \\
[\hat{C}(\geq 1)]^{(4)} &= 1, 6956 \cdot 103c \cong 174, 64680c \text{ PLN}, \\
[\hat{C}(\geq 1)]^{(5)} &= 1, 69547 \cdot 103c \cong 174, 63341c \text{ PLN}, \\
[\hat{C}(\geq 1)]^{(6)} &= 1, 67434 \cdot 123c \cong 205, 94382c \text{ PLN}, \\
[\hat{C}(\geq 1)]^{(7)} &= 1, 54736 \cdot 145c \cong 224, 36720c \text{ PLN}, \\
[\hat{C}(\geq 1)]^{(8)} &= 1, 72871 \cdot 83c \cong 143, 48293c \text{ PLN}, \\
[\hat{C}(\geq 1)]^{(9)} &= 1, 72871 \cdot 83c \cong 143, 48293c \text{ PLN}, \\
[\hat{C}(\geq 1)]^{(10)} &= 1, 60772 \cdot 145c \cong 233, 11940c \text{ PLN}, \\
[\hat{C}(\geq 1)]^{(11)} &= 1, 6102 \cdot 120c \cong 193, 22400c \text{ PLN}, \\
[\hat{C}(\geq 1)]^{(12)} &= 1, 70148 \cdot 103c \cong 175, 25244c \text{ PLN}, \\
[\hat{C}(\geq 1)]^{(13)} &= 1, 69547 \cdot 103c \cong 174, 63341c \text{ PLN}, \\
[\hat{C}(\geq 1)]^{(14)} &= 1, 6863 \cdot 103c \cong 173, 68890c \text{ PLN}, \\
[\hat{C}(\geq 1)]^{(15)} &= 1, 68087 \cdot 120c \cong 201, 70440c \text{ PLN}, \\
[\hat{C}(\geq 1)]^{(16)} &= 1, 61025 \cdot 120c \cong 193, 23000c \text{ PLN}, \\
[\hat{C}(\geq 1)]^{(17)} &= 1, 54736 \cdot 145c \cong 224, 36720c \text{ PLN}, \\
[\hat{C}(\geq 1)]^{(18)} &= 1, 70476 \cdot 93c \cong 158, 54268c \text{ PLN},
\end{aligned} \tag{3.22}$$

- w podzbiorze stanów bezpieczeństwa $\{2, 3, 4\}$

$$\begin{aligned}
[\hat{C}(\geq 2)]^{(1)} &= 1,41708 \cdot 93c \cong 131,78844c \text{ PLN}, \\
[\hat{C}(\geq 2)]^{(2)} &= 1,32879 \cdot 145c \cong 192,67455c \text{ PLN}, \\
[\hat{C}(\geq 2)]^{(3)} &= 1,3912 \cdot 120c \cong 166,94400c \text{ PLN}, \\
[\hat{C}(\geq 2)]^{(4)} &= 1,39303 \cdot 103c \cong 143,48209c \text{ PLN}, \\
[\hat{C}(\geq 2)]^{(5)} &= 1,39292 \cdot 103c \cong 143,47076c \text{ PLN}, \\
[\hat{C}(\geq 2)]^{(6)} &= 1,37699 \cdot 123c \cong 169,36977c \text{ PLN}, \\
[\hat{C}(\geq 2)]^{(7)} &= 1,27865 \cdot 145c \cong 185,40425c \text{ PLN}, \\
[\hat{C}(\geq 2)]^{(8)} &= 1,43719 \cdot 83c \cong 119,286777c \text{ PLN}, \\
[\hat{C}(\geq 2)]^{(9)} &= 1,43719 \cdot 83c \cong 119,286777c \text{ PLN}, \\
[\hat{C}(\geq 2)]^{(10)} &= 1,32879 \cdot 145c \cong 192,67455c \text{ PLN}, \\
[\hat{C}(\geq 2)]^{(11)} &= 1,3336 \cdot 120c \cong 160,03200c \text{ PLN}, \\
[\hat{C}(\geq 2)]^{(12)} &= 1,39692 \cdot 103c \cong 143,88276c \text{ PLN}, \\
[\hat{C}(\geq 2)]^{(13)} &= 1,39292 \cdot 103c \cong 143,47076c \text{ PLN}, \\
[\hat{C}(\geq 2)]^{(14)} &= 1,3854 \cdot 103c \cong 142,69620c \text{ PLN}, \\
[\hat{C}(\geq 2)]^{(15)} &= 1,3912 \cdot 120c \cong 166,94400c \text{ PLN}, \\
[\hat{C}(\geq 2)]^{(16)} &= 1,3336 \cdot 120c \cong 160,03200c \text{ PLN}, \\
[\hat{C}(\geq 2)]^{(17)} &= 1,27865 \cdot 145c \cong 185,40425c \text{ PLN}, \\
[\hat{C}(\geq 2)]^{(18)} &= 1,41708 \cdot 93c \cong 131,78844c \text{ PLN},
\end{aligned} \tag{3.23}$$

- w podzbiorze stanów bezpieczeństwa $\{3, 4\}$

$$\begin{aligned}
[\hat{C}(\geq 3)]^{(1)} &= 1,22861 \cdot 93c \cong 114,26073c \text{ PLN}, \\
[\hat{C}(\geq 3)]^{(2)} &= 1,18936 \cdot 145c \cong 172,45720c \text{ PLN}, \\
[\hat{C}(\geq 3)]^{(3)} &= 1,24553 \cdot 120c \cong 149,46360c \text{ PLN}, \\
[\hat{C}(\geq 3)]^{(4)} &= 1,24632 \cdot 103c \cong 128,37096c \text{ PLN}, \\
[\hat{C}(\geq 3)]^{(5)} &= 1,24619 \cdot 103c \cong 128,35757c \text{ PLN}, \\
[\hat{C}(\geq 3)]^{(6)} &= 1,23228 \cdot 123c \cong 151,57044c \text{ PLN}, \\
[\hat{C}(\geq 3)]^{(7)} &= 1,15851 \cdot 145c \cong 167,98395c \text{ PLN}, \\
[\hat{C}(\geq 3)]^{(8)} &= 1,26722 \cdot 83c \cong 105,17926c \text{ PLN}, \\
[\hat{C}(\geq 3)]^{(9)} &= 1,26722 \cdot 83c \cong 105,17926c \text{ PLN}, \\
[\hat{C}(\geq 3)]^{(10)} &= 1,18936 \cdot 145c \cong 172,45720c \text{ PLN}, \\
[\hat{C}(\geq 3)]^{(11)} &= 1,19593 \cdot 120c \cong 143,51160c \text{ PLN}, \\
[\hat{C}(\geq 3)]^{(12)} &= 1,24985 \cdot 103c \cong 128,73455c \text{ PLN}, \\
[\hat{C}(\geq 3)]^{(13)} &= 1,24619 \cdot 103c \cong 128,35757c \text{ PLN}, \\
[\hat{C}(\geq 3)]^{(14)} &= 1,23945 \cdot 103c \cong 127,66335c \text{ PLN},
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
[\hat{C}(\geq 3)]^{(15)} &= 1,24553 \cdot 120c \cong 149,46360c \text{ PLN}, \\
[\hat{C}(\geq 3)]^{(16)} &= 1,19593 \cdot 120c \cong 143,51160c \text{ PLN}, \\
[\hat{C}(\geq 3)]^{(17)} &= 1,15851 \cdot 145c \cong 167,98395c \text{ PLN}, \\
[\hat{C}(\geq 3)]^{(18)} &= 1,22861 \cdot 93c \cong 114,26073c \text{ PLN},
\end{aligned} \tag{3.24}$$

- w podzbiorze stanów bezpieczeństwa $\{4\}$

$$\begin{aligned}
[\hat{C}(4)]^{(1)} &= 1,11601 \cdot 93c \cong 103,78893c \text{ PLN}, \\
[\hat{C}(4)]^{(2)} &= 1,06574 \cdot 145c \cong 154,53230c \text{ PLN}, \\
[\hat{C}(4)]^{(3)} &= 1,11512 \cdot 120c \cong 133,81440c \text{ PLN}, \\
[\hat{C}(4)]^{(4)} &= 1,11522 \cdot 103c \cong 114,86766c \text{ PLN}, \\
[\hat{C}(4)]^{(5)} &= 1,1151 \cdot 103c \cong 114,85530c \text{ PLN}, \\
[\hat{C}(4)]^{(6)} &= 1,10301 \cdot 123c \cong 135,67023c \text{ PLN}, \\
[\hat{C}(4)]^{(7)} &= 1,02847 \cdot 145c \cong 149,12815c \text{ PLN}, \\
[\hat{C}(4)]^{(8)} &= 1,13163 \cdot 83c \cong 93,92529c \text{ PLN}, \\
[\hat{C}(4)]^{(9)} &= 1,13163 \cdot 83c \cong 93,92529c \text{ PLN}, \\
[\hat{C}(4)]^{(10)} &= 1,06574 \cdot 145c \cong 154,53230c \text{ PLN}, \\
[\hat{C}(4)]^{(11)} &= 1,07262 \cdot 120c \cong 128,71440c \text{ PLN}, \\
[\hat{C}(4)]^{(12)} &= 1,11836 \cdot 103c \cong 115,19108c \text{ PLN}, \\
[\hat{C}(4)]^{(13)} &= 1,1151 \cdot 103c \cong 114,85530c \text{ PLN}, \\
[\hat{C}(4)]^{(14)} &= 1,1091 \cdot 103c \cong 114,23730c \text{ PLN}, \\
[\hat{C}(4)]^{(15)} &= 1,11512 \cdot 120c \cong 133,81440c \text{ PLN}, \\
[\hat{C}(4)]^{(16)} &= 1,07262 \cdot 120c \cong 128,71440c \text{ PLN}, \\
[\hat{C}(4)]^{(17)} &= 1,02847 \cdot 145c \cong 149,12815c \text{ PLN}, \\
[\hat{C}(4)]^{(18)} &= 1,11601 \cdot 93c \cong 103,78893c \text{ PLN}.
\end{aligned} \tag{3.25}$$

Biorąc pod uwagę wartości całkowitych kosztów eksploatacji $[\hat{C}(\geq u)]^{(b)}$, $u = 1, 2, 3, 4$, $b = 1, 2, \dots, 18$, w podzbiorach stanów bezpieczeństwa $\{1, 2, 3, 4\}$, $\{2, 3, 4\}$, $\{3, 4\}$, $\{4\}$ w poszczególnych stanach eksploatacyjnych systemu z_b , $b = 1, 2, \dots, 18$, wyznaczone w (3.22)-(3.25), a także wartości granicznych prawdopodobieństw chwilowych p_b , $b = 1, 2, \dots, 18$, przebywania systemu w tych stanach eksploatacyjnych, wartości oczekiwane całkowitych kosztów eksploatacji portowej bazy paliw w PLN wynoszą:

- w podzbiorze stanów bezpieczeństwa $\{1, 2, 3, 4\}$

$$\begin{aligned}
\hat{C}(\geq 1) &\cong p_1[\hat{C}(\geq 1)]^{(1)} + p_2[\hat{C}(\geq 1)]^{(2)} + p_3[\hat{C}(\geq 1)]^{(3)} + p_4[\hat{C}(\geq 1)]^{(4)} + p_5[\hat{C}(\geq 1)]^{(5)} \\
&+ p_6[\hat{C}(\geq 1)]^{(6)} + p_7[\hat{C}(\geq 1)]^{(7)} + p_8[\hat{C}(\geq 1)]^{(8)} + p_9[\hat{C}(\geq 1)]^{(9)} + p_{10}[\hat{C}(\geq 1)]^{(10)} \\
&+ p_{11}[\hat{C}(\geq 1)]^{(11)} + p_{12}[\hat{C}(\geq 1)]^{(12)} + p_{13}[\hat{C}(\geq 1)]^{(13)} + p_{14}[\hat{C}(\geq 1)]^{(14)} + p_{15}[\hat{C}(\geq 1)]^{(15)} \\
&+ p_{16}[\hat{C}(\geq 1)]^{(16)} + p_{17}[\hat{C}(\geq 1)]^{(17)} + p_{18}[\hat{C}(\geq 1)]^{(18)} \\
&\cong 175,15054c \text{ PLN},
\end{aligned} \tag{3.26}$$

- w podzbiorze stanów bezpieczeństwa $\{2, 3, 4\}$

$$\begin{aligned}
\hat{C}(\geq 2) &\cong p_1[\hat{C}(\geq 2)]^{(1)} + p_2[\hat{C}(\geq 2)]^{(2)} + p_3[\hat{C}(\geq 2)]^{(3)} + p_4[\hat{C}(\geq 2)]^{(4)} + p_5[\hat{C}(\geq 2)]^{(5)} \\
&+ p_6[\hat{C}(\geq 2)]^{(6)} + p_7[\hat{C}(\geq 2)]^{(7)} + p_8[\hat{C}(\geq 2)]^{(8)} + p_9[\hat{C}(\geq 2)]^{(9)} + p_{10}[\hat{C}(\geq 2)]^{(10)} \\
&+ p_{11}[\hat{C}(\geq 2)]^{(11)} + p_{12}[\hat{C}(\geq 2)]^{(12)} + p_{13}[\hat{C}(\geq 2)]^{(13)} + p_{14}[\hat{C}(\geq 2)]^{(14)} + p_{15}[\hat{C}(\geq 2)]^{(15)} \\
&+ p_{16}[\hat{C}(\geq 2)]^{(16)} + p_{17}[\hat{C}(\geq 2)]^{(17)} + p_{18}[\hat{C}(\geq 2)]^{(18)} \\
&\cong 144, 13643c \text{ PLN},
\end{aligned} \tag{3.27}$$

- w podzbiorze stanów bezpieczeństwa $\{3, 4\}$

$$\begin{aligned}
\hat{C}(\geq 3) &\cong p_1[\hat{C}(\geq 3)]^{(1)} + p_2[\hat{C}(\geq 3)]^{(2)} + p_3[\hat{C}(\geq 3)]^{(3)} + p_4[\hat{C}(\geq 3)]^{(4)} + p_5[\hat{C}(\geq 3)]^{(5)} \\
&+ p_6[\hat{C}(\geq 3)]^{(6)} + p_7[\hat{C}(\geq 3)]^{(7)} + p_8[\hat{C}(\geq 3)]^{(8)} + p_9[\hat{C}(\geq 3)]^{(9)} + p_{10}[\hat{C}(\geq 3)]^{(10)} \\
&+ p_{11}[\hat{C}(\geq 3)]^{(11)} + p_{12}[\hat{C}(\geq 3)]^{(12)} + p_{13}[\hat{C}(\geq 3)]^{(13)} + p_{14}[\hat{C}(\geq 3)]^{(14)} + p_{15}[\hat{C}(\geq 3)]^{(15)} \\
&+ p_{16}[\hat{C}(\geq 3)]^{(16)} + p_{17}[\hat{C}(\geq 3)]^{(17)} + p_{18}[\hat{C}(\geq 3)]^{(18)} \\
&\cong 128, 71551c \text{ PLN},
\end{aligned} \tag{3.28}$$

- w podzbiorze stanów bezpieczeństwa $\{4\}$

$$\begin{aligned}
\hat{C}(4) &\cong p_1[\hat{C}(4)]^{(1)} + p_2[\hat{C}(4)]^{(2)} + p_3[\hat{C}(4)]^{(3)} + p_4[\hat{C}(4)]^{(4)} + p_5[\hat{C}(4)]^{(5)} \\
&+ p_6[\hat{C}(4)]^{(6)} + p_7[\hat{C}(4)]^{(7)} + p_8[\hat{C}(4)]^{(8)} + p_9[\hat{C}(4)]^{(9)} + p_{10}[\hat{C}(4)]^{(10)} \\
&+ p_{11}[\hat{C}(4)]^{(11)} + p_{12}[\hat{C}(4)]^{(12)} + p_{13}[\hat{C}(4)]^{(13)} + p_{14}[\hat{C}(4)]^{(14)} + p_{15}[\hat{C}(4)]^{(15)} \\
&+ p_{16}[\hat{C}(4)]^{(16)} + p_{17}[\hat{C}(4)]^{(17)} + p_{18}[\hat{C}(4)]^{(18)} \\
&\cong 115, 24016c \text{ PLN}.
\end{aligned} \tag{3.29}$$

4 OPTIMALIZACJA KOSZTU EKSPLOATACJI GENERYCZNEGO SYSTEMU

4.1 Procedura optymalizacji kosztu eksploatacji systemu w danym przedziale czasu

W podrozdziale 2.1.2, rozważano model kosztu eksploatacji złożonego, wielostanowego, starzejącego się systemu w danym przedziale czasu.

Z równania liniowego (2.13), widzimy, że oczekiwany całkowity koszt eksploatacji systemu $\hat{C}(\theta)$, w czasie eksploatacji θ , $\theta > 0$, jest określony przez wartości graniczne prawdopodobieństw chwilowych p_b , $b = 1, 2, \dots, \nu$, przebywania procesu eksploatacji w poszczególnych stanach eksploatacyjnych, oraz wartości $[\hat{C}(\theta)]^{(b)}$, $\theta > 0$, $b = 1, 2, \dots, \nu$, całkowitych kosztów eksploatacji systemu w tych stanach, również w czasie eksploatacji θ .

Korzystając z powyższych informacji można zaproponować optymalizację kosztów eksploatacji systemu za pomocą programowania liniowego [Klabjan, Adelman, 2006]. Mianowicie możemy szukać optymalnych wartości \check{p}_b granicznych prawdopodobieństw chwilowych p_b , $b = 1, 2, \dots, \nu$, tak, aby zminimalizować wartość $\hat{C}(\theta)$. Funkcja celu zadania programowania jest określona wzorem

$$\hat{C}(\theta) = \sum_{i=1}^i \check{p}_b [\hat{C}(\theta)]^{(b)}. \quad (4.1)$$

a więc jest liniowa, z ograniczeniami

$$\check{p}_b \leq p_b \leq \hat{p}_b, \quad b = 1, 2, \dots, \nu, \quad \sum_{b=1}^{\nu} p_b = 1, \quad (4.2)$$

gdzie

$$\check{p}_b, \quad 0 \leq \check{p}_b \leq 1 \text{ i } \hat{p}_b, \quad 0 \leq \hat{p}_b \leq 1, \quad \check{p}_b \leq \hat{p}_b, \quad b = 1, 2, \dots, \nu, \quad (4.3)$$

są odpowiednio dolnymi i górnymi granicami nieznanymi prawdopodobieństw chwilowych p_b , $b = 1, 2, \dots, \nu$, przebywania systemu w poszczególnych stanach eksploatacyjnych. Dolne i górne granice nieznanymi prawdopodobieństw chwilowych przebywania systemu w poszczególnych stanach eksploatacyjnych są ustalane na podstawie założeń projektowych, wymagań bezpieczeństwa, ograniczeń systemowych, a także dostępnych danych i doświadczenia operatorów systemu.

Zanim znajdziemy optymalne wartości prawdopodobieństw \check{p}_b minimalizujące funkcję celu $\hat{C}(\theta)$, porządkujemy oczekiwane całkowite warunkowe koszty eksploatacji systemu $[\hat{C}(\theta)]^{(b)}$, $b = 1, 2, \dots, \nu$, przy warunku, że system znajduje się poszczególnym stanie eksploatacyjnym, w kolejności niemalejącej

$$[\hat{C}(\theta)]^{(b_1)} \leq [\hat{C}(\theta)]^{(b_2)} \leq \dots \leq [\hat{C}(\theta)]^{(b_\nu)},$$

gdzie (b_1, \dots, b_ν) jest odpowiednią permutacją zbioru $\{1, \dots, \nu\}$.

Następnie, podstawiamy

$$x_i = p_{b_i}, \quad \check{x}_i = \check{p}_{b_i}, \quad \hat{x}_i = \hat{p}_{b_i} \text{ dla } i = 1, 2, \dots, \nu, \quad (4.4)$$

i poszukujemy wartości x_i , $i = 1, 2, \dots, \nu$, minimalizujących liniową funkcję celu $\hat{C}(\theta)$, która po przekształceniu przyjmuje postać

$$\hat{C}(\theta) = \sum_{i=1}^{\nu} x_i [\hat{C}(\theta)]^{(b_i)} \quad (4.5)$$

z następującymi ograniczeniami

$$\check{x}_i \leq x_i \leq \hat{x}_i, \quad i = 1, 2, \dots, \nu, \quad \sum_{i=1}^{\nu} x_i = 1, \quad (4.6)$$

gdzie

$$\check{x}_i, \quad 0 \leq \check{x}_i \leq 1, \quad \text{i} \quad \hat{x}_i, \quad 0 \leq \hat{x}_i \leq 1, \quad \check{x}_i \leq \hat{x}_i, \quad i = 1, 2, \dots, \nu, \quad (4.7)$$

są odpowiednio dolnymi i górnymi granicami nieznanymi prawdopodobieństw x_i , $i = 1, 2, \dots, \nu$, przebywania systemu w poszczególnych stanach eksploatacyjnych.

W dalszej kolejności, wykorzystując algorytm optymalizacyjny [Klabjan, Adelman, 2006] do znalezienia optymalnych wartości x_i , $i = 1, 2, \dots, \nu$, wyznaczamy x_i ,

$$\check{x} = \sum_{i=1}^{\nu} \check{x}_i, \quad \hat{y} = 1 - \check{x} \quad (4.8)$$

oraz zgodnie z procedurą wyliczamy

$$\check{x}^0 = 0, \quad \hat{x}^0 = 0 \quad \text{i} \quad \check{x}^I = \sum_{i=1}^I \check{x}_i, \quad \hat{x}^I = \sum_{i=1}^I \hat{x}_i \quad \text{dla} \quad I = 1, 2, \dots, \nu. \quad (4.9)$$

Następnie, znajdujemy największą wartość $I \in \{0, 1, \dots, \nu\}$ taką, że

$$\hat{x}^I - \check{x}^I < \hat{y} \quad (4.10)$$

i ustalamy wartości x_i , $i = 1, 2, \dots, \nu$, które minimalizują (4.5) w następujący sposób:

i) jeśli $I = 0$, optymalnym rozwiązaniem jest

$$\dot{x}_1 = \hat{y} + \check{x}_1 \quad \text{i} \quad \dot{x}_i = \hat{x}_i \quad \text{dla} \quad i = 2, 3, \dots, \nu, \quad (4.11)$$

ii) jeśli $0 < I < \nu$, optymalnym rozwiązaniem jest

$$\dot{x}_i = \hat{x}_i \quad \text{for} \quad i = 1, 2, \dots, I, \quad \dot{x}_{I+1} = \hat{y} - \hat{x}^I + \check{x}^I + \check{x}_{I+1} \quad \text{i} \quad \dot{x}_i = \check{x}_i \quad \text{dla} \quad i = I+2, I+3, \dots, \nu; \quad (4.12)$$

iii) jeśli $I = \nu$, optymalnym rozwiązaniem jest

$$\dot{x}_i = \hat{x}_i \quad \text{dla} \quad i = 1, 2, \dots, \nu. \quad (4.13)$$

Ostatecznie, po zastosowaniu podstawienia odwrotnego do (4.4), otrzymujemy optymalne wartości granicznych prawdopodobieństw chwilowych

$$\dot{p}_{b_i} = \dot{x}_i \quad \text{dla} \quad i = 1, 2, \dots, \nu, \quad (4.14)$$

które minimalizują wartość oczekiwaną całkowitego kosztu eksploatacji systemu w ustalonym czasie eksploatacji θ . Zgodnie z (2.13), minimalna wartość tego kosztu wynosi

$$\dot{C}(\theta) = \sum_{i=1}^i \dot{p}_{b_i} [\hat{C}(\theta)]^{(b)}. \quad (4.15)$$

4.2 Procedura optymalizacji kosztu eksploatacji systemu podczas przebywania w danym podzbiornie stanów bezpieczeñstwa

W podrozdziale 2.2.3, rozważano model kosztów eksploatacji złożonego, wielostanowego, starzejącego się systemu podczas przebywania danym w podzbiornie stanów bezpieczeñstwa i w jednym ze stanów eksploatacyjnych. Koszt eksploatacji systemu w różnych stanach bezpieczeñstwa może być różny, a wybór stanu krytycznego wpływa na to, które stany bezpieczeñstwa są brane pod uwagę w analizie. Ostateczny koszt w danym podzbiornie stanów bezpieczeñstwa może zależeć od wyboru stanu krytycznego, ponieważ wpływa to na zakres i intensywność działań zapobiegawczych oraz kosztów obsługi i konserwacji systemu. Dlatego w wielu analizach optymalizacyjnych, zmieniając stan krytyczny, można dostosować strategię eksploatacji systemu w celu minimalizacji kosztów lub osiągnięcia innych celów, takich jak maksymalizacja bezpieczeñstwa.

Z równań liniowych (2.37) widzimy, że oczekiwane całkowite koszty eksploatacji systemu $\hat{C}(\geq u)$, $u = 1, 2, \dots, z$, w stanach bezpieczeñstwa ze zbioru $\{u, u + 1, \dots, z\}$, $u = 1, 2, \dots, z$, określone są przez wartości graniczne prawdopodobieñstw p_b , $b = 1, 2, \dots, \nu$, i wartości

$$[\hat{C}(\geq u)]^{(b)}, u = 1, 2, \dots, z, b = 1, 2, \dots, \nu,$$

czyli oczekiwane całkowite koszty eksploatacji w jednym ze stanów eksploatacyjnych z_b , $b = 1, 2, \dots, \nu$, i w podzbiornie stanów bezpieczeñstwa $\{u, u + 1, \dots, z\}$, $u = 1, 2, \dots, z$. Owe oczekiwane koszty, zgodnie ze wzorem (2.38), są zależne od wartości średnich $\mu(\geq u)^{(b)}$, $u = 1, 2, \dots, z$, $b = 1, 2, \dots, \nu$, warunkowych czasów przebywania systemu w stanach bezpieczeñstwa i w poszczególnych stanach eksploatacyjnych, a także od warunkowych chwilowych kosztów eksploatacji

$$[\hat{C}(t, \geq u)]^{(b)}, t \geq 0, u = 1, 2, \dots, z, b = 1, 2, \dots, \nu,$$

w jednym ze stanów eksploatacyjnych z_b , $b = 1, 2, \dots, \nu$, i w podzbiornie stanów bezpieczeñstwa $\{u, u + 1, \dots, z\}$, $u = 1, 2, \dots, z$. Korzystając z powyższych informacji można zaproponować optymalizację kosztów eksploatacji systemu za pomocą programowania liniowego [Klabjan, Adelman, 2006]. Mianowicie, możemy poszukiwać optymalnych wartości \check{p}_b , granicznych chwilowych prawdopodobieñstw p_b , $b = 1, 2, \dots, \nu$, tak, aby zminimalizować wartość $\hat{C}(\geq u)$ w stanach bezpieczeñstwa ze zbioru $\{u, u + 1, \dots, z\}$, $u = 1, 2, \dots, z$. W szczególnym przypadku, dla ustalonego stanu $u = r$, gdzie r , $r \in B$, jest krytycznym stanem bezpieczeñstwa systemu, problem optymalizacji kosztów eksploatacji systemu sprowadza się do wyznaczenia optymalnych wartości \check{p}_b , granicznych prawdopodobieñstw p_b , $b = 1, 2, \dots, \nu$, w celu minimalizacji oczekiwanych całkowitych bezwarunkowych kosztów $\hat{C}(\geq r)$ w podzbiornie stanów bezpieczeñstwa $\{r, r + 1, \dots, z\}$, $r = 1, 2, \dots, z$. Innymi słowy, problem optymalizacji można sformułować jako model programowania liniowego [Klabjan, Adelman, 2006], z funkcją celu o następującej postaci

$$\hat{C}(\geq r) = \sum_{b=1}^{\nu} \check{p}_b [\hat{C}(\geq r)]^{(b)}, \quad (4.16)$$

dla ustalonego $r \in \{1, 2, \dots, z\}$ z ograniczeniami

$$\check{p}_b \leq p_b \leq \hat{p}_b, \quad b = 1, 2, \dots, \nu, \quad \sum_{b=1}^{\nu} p_b = 1, \quad (4.17)$$

gdzie

$$\check{p}_b, 0 \leq \check{p}_b \leq 1 \text{ oraz } \hat{p}_b, 0 \leq \hat{p}_b \leq 1, \quad \check{p}_b \leq \hat{p}_b, \quad b = 1, 2, \dots, \nu, \quad (4.18)$$

są odpowiednio dolnymi i górnymi granicami nieznanymi prawdopodobieństw chwilowych p_b , $b = 1, 2, \dots, \nu$, przebywania systemu w poszczególnych stanach eksploatacyjnych. Zanim znajdziemy optymalne wartości prawdopodobieństw p_b minimalizujące funkcję celu $\hat{C}(\geq r)$, porządkujemy oczekiwane całkowite warunkowe koszty eksploatacji systemu $[\hat{C}(\geq r)]^{(b)}$, $b = 1, 2, \dots, \nu$, przy warunku, że system znajduje się poszczególnym stanie eksploatacyjnym, w kolejności niemalejącej

$$[\hat{C}(\geq r)]^{(b_1)} \leq [\hat{C}(\geq r)]^{(b_2)} \leq \dots \leq [\hat{C}(\geq r)]^{(b_\nu)},$$

gdzie (b_1, \dots, b_ν) jest odpowiednią permutacją zbioru $\{1, \dots, \nu\}$.

Następnie, podstawiamy

$$x_i = p_{b_i}, \quad \check{x}_i = \check{p}_{b_i}, \quad \hat{x}_i = \hat{p}_{b_i} \quad \text{dla } i = 1, 2, \dots, \nu, \quad (4.19)$$

i poszukujemy wartości x_i , $i = 1, 2, \dots, \nu$, minimalizujących liniową funkcję celu $\hat{C}(\geq r)$. Przyjmując $u = r$, gdzie $r, r \in B$, funkcja celu przyjmuje postać

$$\hat{C}(\geq r) \cong \sum_{b=1}^{\nu} x_b [\hat{C}(\geq r)]^{(b)}, \quad (4.20)$$

z następującymi ograniczeniami

$$\check{x}_i \leq x_i \leq \hat{x}_i, \quad i = 1, 2, \dots, \nu, \quad \sum_{i=1}^{\nu} x_i = 1, \quad (4.21)$$

Natomiast

$$[\hat{C}(\geq r)]^{(b_1)}, [\hat{C}(\geq r)]^{(b_2)} \geq 0, \quad i = 1, 2, \dots, \nu,$$

są ustalonymi wartościami warunkowych kosztów eksploatacji systemu w podzbiorze stanów bezpieczeństwa $\{r, r+1, \dots, z\}$ ułożonymi w kolejności niemalejącej.

$$\check{x}_i, 0 \leq \check{x}_i \leq 1, \quad \hat{x}_i, 0 \leq \hat{x}_i \leq 1, \quad \check{x}_i \leq \hat{x}_i, \quad i = 1, 2, \dots, \nu, \quad (4.22)$$

są odpowiednio dolnymi i górnymi granicami nieznanymi prawdopodobieństw x_i , $i = 1, 2, \dots, \nu$, przebywania systemu w poszczególnych stanach eksploatacyjnych.

Aby znaleźć optymalne wartości x_i , $i = 1, 2, \dots, \nu$, wyznaczamy

$$\check{x} = \sum_{i=1}^{\nu} \check{x}_i, \quad \hat{y} = 1 - \check{x} \quad (4.23)$$

oraz zgodnie z procedurą wyliczamy

$$\check{x}^0 = 0, \quad \hat{x}^0 = 0 \quad \text{i} \quad \check{x}^I = \sum_{i=1}^I \check{x}_i, \quad \hat{x}^I = \sum_{i=1}^I \hat{x}_i \quad \text{dla } I = 1, 2, \dots, \nu, \quad (4.24)$$

Następnie znajdujemy największą wartość $I \in \{0, 1, \dots, \nu\}$ taką, że

$$\hat{x}^I - \check{x}^I < \hat{y} \quad (4.25)$$

i ustalamy optymalne rozwiązanie, które minimalizuje wartości funkcji (4.20) w następujący sposób:

i) jeśli $I = 0$, optymalnym rozwiązaniem jest

$$\dot{x}_1 = \hat{y} + \check{x}_1 \text{ i } \dot{x}_i = \hat{x}_i \text{ dla } i = 2, 3, \dots, \nu, \quad (4.26)$$

ii) jeśli $0 < I < \nu$, optymalnym rozwiązaniem jest

$$\dot{x}_i = \hat{x}_i \text{ dla } i = 1, 2, \dots, I, \dot{x}_{I+1} = \hat{y} - \hat{x}^I + \check{x}^I + \check{x}_{I+1} \text{ i } \dot{x}_i = \check{x}_i \text{ dla } i = I+2, I+3, \dots, \nu; \quad (4.27)$$

iii) jeśli $I = \nu$, optymalnym rozwiązaniem jest

$$\dot{x}_i = \hat{x}_i \text{ dla } i = 1, 2, \dots, \nu, \quad (4.28)$$

Ostatecznie, po zastosowaniu podstawienia odwrotnego do (4.19), otrzymujemy optymalne wartości granicznych prawdopodobieństw chwilowych

$$\dot{p}_{b_i} = \dot{x}_i \text{ dla } i = 1, 2, \dots, \nu, \quad (4.29)$$

które minimalizują oczekiwany całkowity koszt eksploatacji systemu w podzbiorze stanu bezpieczeństwa. Zgodnie z (2.37), minimalna wartość tego kosztu wynosi

$$\hat{C}(\geq r) = \sum_{b=1}^{\nu} \dot{p}_b [C(\geq r)]^{(b)} \quad (4.30)$$

Zastępując w wyrażeniu (4.30), krytyczny stan bezpieczeństwa r stanem bezpieczeństwa u , $u = 1, 2, \dots, z$, otrzymujemy odpowiednie rozwiązania optymalne dla oczekiwanych bezwarunkowych kosztów eksploatacji systemu w podzbiorach stanów bezpieczeństwa $\{u, u+1, \dots, z\}$, $u = 1, 2, \dots, z$, w postaci

$$\dot{C}(\geq u) = \sum_{b=1}^{\nu} \dot{p}_b [C(\geq u)]^{(b)}, \quad u = 1, 2, \dots, z. \quad (4.31)$$

Zatem, optymalny oczekiwany całkowity koszt eksploatacji systemu może być określony jako wektor

$$\dot{C}(\cdot) = [\dot{C}(\geq 1), \dots, \dot{C}(z)], \quad (4.32)$$

o następujących składowych

$$\dot{C}(\geq u) = \sum_{b=1}^{\nu} \dot{p}_b [C(\geq u)]^{(b)}, \quad u = 1, 2, \dots, z. \quad (4.33)$$

gdzie $C(\geq u)]^{(b)}$, $b = 1, 2, \dots, \nu$, $u = 1, 2, \dots, z$, są oczekiwanymi całkowitymi kosztami eksploatacji systemu w podzbiorze stanów bezpieczeństwa $\{u, u+1, \dots, z\}$, $u = 1, 2, \dots, z$ w poszczególnych stanach eksploatacyjnych z_b , $b = 1, 2, \dots, \nu$, natomiast \dot{p}_b , $b = 1, 2, \dots, \nu$, są optymalnymi prawdopodobieństwami chwilowymi przebywania procesu eksploatacji w poszczególnych stanach eksploatacyjnych.

Wtedy, optymalne bezwarunkowe całkowite koszty eksploatacji systemu w poszczególnych stanach bezpieczeństwa określone są następująco:

$$\dot{C}(\geq u) = \dot{C}(\geq u) - \dot{C}(\geq u+1), \quad u = 1, 2, \dots, z-1, \quad \dot{C}(z) = \dot{C}(z), \quad (4.34)$$

gdzie $\dot{C}(\geq u)$, $u = 1, 2, \dots, z$, są optymalnymi bezwarunkowymi całkowitymi kosztami eksploatacji systemu w podzbiorach stanów bezpieczeństwa $\{u, u+1, \dots, z\}$, $u = 1, 2, \dots, z$, określonymi przez (4.33).

5 OPTYMALIZACJA KOSZTU EKSPLOATACJI PORTOWEJ BAZY PALIW ORAZ SYSTEMU TECHNICZNEGO PROMU MORSKIEGO

5.1 Optymalizacja kosztu eksploatacji bazy paliw

5.1.1 Optymalizacja z danym przedziałem czasu

Wyznamy teraz minimalną wartość oczekiwaną kosztu eksploatacji portowej bazy paliw. Wobec równania (3.6), funkcja celu określona wzorem (2.13) przyjmuje następującą postać:

$$\begin{aligned} \hat{C}(\theta) = & p_1 \cdot 3855344 + p_2 \cdot 3855344 + p_3 \cdot 6326176 + p_4 \cdot 10161520 + p_5 \cdot 6336176 \\ & + p_6 \cdot 10161520 + p_7 \cdot 3865344 \text{ PLN.} \end{aligned} \quad (5.1)$$

Dolne \check{p}_b i górne \hat{p}_b granice nieznanych prawdopodobieństw chwilowych p_b , $b = 1, 2, \dots, 7$, wynoszą odpowiednio [Magryta, 2020]:

$$\begin{aligned} \check{p}_1 = 0, 31, \check{p}_2 = 0, 04, \check{p}_3 = 0, 002, \check{p}_4 = 0, 001, \check{p}_5 = 0, 15, \check{p}_6 = 0, 04, \check{p}_7 = 0, 25, \\ \hat{p}_1 = 0, 46, \hat{p}_2 = 0, 08, \hat{p}_3 = 0, 006, \hat{p}_4 = 0, 004, \hat{p}_5 = 0, 26, \hat{p}_6 = 0, 08, \hat{p}_7 = 0, 40. \end{aligned} \quad (5.2)$$

Zatem, zgodnie z równaniem (5.2) i biorąc pod uwagę równanie (4.2), zakładamy następujące ograniczenia:

$$\begin{aligned} 0, 31 \leq p_1 \leq 0, 46, 0, 04 \leq p_2 \leq 0, 08, 0, 002 \leq p_3 \leq 0, 006, 0, 001 \leq p_4 \leq 0, 004, \\ 0, 15 \leq p_5 \leq 0, 26, 0, 04 \leq p_6 \leq 0, 08, 0, 25 \leq p_7 \leq 0, 40. \end{aligned} \quad (5.3)$$

Zanim znajdziemy optymalne wartości \check{p}_b prawdopodobieństw chwilowych p_b , $b = 1, 2, \dots, 7$, przebywania systemu w poszczególnych stanach eksploatacyjnych, które minimalizują wartość funkcji celu (5.1), porządkujemy wartości oczekiwane całkowitych kosztów eksploatacji portowej bazy paliw $[\hat{C}(\theta)]^{(b)}$, $b = 1, 2, \dots, 7$, określone w (3.5), w kolejności niemalejącej

$$3845344 \leq 3845344 \leq 3845344 \leq 6326176 \leq 6336176 \leq 10161520 \leq 10161520,$$

tj.

$$[\hat{C}(\theta)]^{(2)} \leq [\hat{C}(\theta)]^{(1)} \leq [\hat{C}(\theta)]^{(7)} \leq [\hat{C}(\theta)]^{(3)} \leq [\hat{C}(\theta)]^{(5)} \leq [\hat{C}(\theta)]^{(4)} \leq [\hat{C}(\theta)]^{(6)}. \quad (5.4)$$

Ponadto, zgodnie z równaniem (4.4), podstawiamy:

$$x_1 = p_2, \quad x_2 = p_1, \quad x_3 = p_7, \quad x_4 = p_3, \quad x_5 = p_5, \quad x_6 = p_4, \quad x_7 = p_6, \quad (5.5)$$

oraz

$$\begin{aligned} \check{x}_1 = \check{p}_2 = 0, 04, \check{x}_2 = \check{p}_1 = 0, 31, \check{x}_3 = \check{p}_7 = 0, 25, \check{x}_4 = \check{p}_3 = 0, 002, \\ \check{x}_5 = \check{p}_5 = 0, 15, \check{x}_6 = \check{p}_4 = 0, 001, \check{x}_7 = \check{p}_6 = 0, 04, \\ \hat{x}_1 = \hat{p}_2 = 0, 08, \hat{x}_2 = \hat{p}_1 = 0, 46, \hat{x}_3 = \hat{p}_7 = 0, 40, \hat{x}_4 = \hat{p}_3 = 0, 006, \\ \hat{x}_5 = \hat{p}_5 = 0, 26, \hat{x}_6 = \hat{p}_4 = 0, 004, \hat{x}_7 = \hat{p}_6 = 0, 08. \end{aligned} \quad (5.6)$$

Następnie poszukujemy wartości x_i , $i = 1, 2, \dots, 7$, minimalizujących liniową funkcję celu portowej bazy paliw, określoną przez (5.1), która zgodnie z równaniami (4.4)-(4.6) oraz (5.3), (5.5)-(5.6) przyjmuje postać:

$$\hat{C}(\theta) = x_1 \cdot 3845344 + x_2 \cdot 3845344 + x_3 \cdot 3845344 + x_4 \cdot 6326176$$

$$+x_5 \cdot 6326176 + x_6 \cdot 10161520 + x_7 \cdot 10161520 \text{ PLN}, \quad (5.7)$$

przy następujących ograniczeniach

$$0,04 \leq x_1 \leq 0,08, 0,31 \leq x_2 \leq 0,46, 0,25 \leq x_3 \leq 0,40, 0,002 \leq x_4 \leq 0,006,$$

$$0,15 \leq x_5 \leq 0,26, 0,001 \leq x_6 \leq 0,004, 0,04 \leq x_7 \leq 0,08,$$

$$\sum_{i=1}^{18} x_b = 1. \quad (5.8)$$

Chcąc znaleźć optymalne wartości x_i , $i = 1, 2, \dots, 7$, zgodnie z (4.8), obliczamy

$$\check{x} = \sum_{i=1}^7 \check{x}_i = 0,793, \hat{y} = 1 - \check{x} = 1 - 0,793 = 0,207 \quad (5.9)$$

oraz zgodnie z (4.9), znajdujemy

$$\begin{aligned} \check{x}^0 &= 0, \hat{x}^0 = 0, \hat{x}^0 - \check{x}^0 = 0, \\ \check{x}^1 &= 0,04, \hat{x}^1 = 0,08, \hat{x}^1 - \check{x}^1 = 0,04, \\ \check{x}^2 &= 0,35, \hat{x}^2 = 0,54, \hat{x}^2 - \check{x}^2 = 0,19, \\ \check{x}^3 &= 0,06, \hat{x}^3 = 0,94, \hat{x}^3 - \check{x}^3 = 0,34, \\ \check{x}^4 &= 0,602, \hat{x}^4 = 0,946, \hat{x}^4 - \check{x}^4 = 0,344, \\ \check{x}^5 &= 0,752, \hat{x}^5 = 1,206, \hat{x}^5 - \check{x}^5 = 0,454, \\ \check{x}^6 &= 0,753, \hat{x}^6 = 1,21, \hat{x}^6 - \check{x}^6 = 0,457, \\ \check{x}^7 &= 0,793, \hat{x}^7 = 1,29, \hat{x}^7 - \check{x}^7 = 0,497. \end{aligned} \quad (5.10)$$

Z powyższych obliczeń wynika, że wyrażenie (4.10) przyjmuje postać

$$\hat{x}^I - \check{x}^I < 0,207, \quad (5.11)$$

zatem największa wartość $I \in \{0, 1, \dots, 7\}$ dla której nierówność ta jest spełniona, wynosi $I = 2$. Wobec powyższego, wyznaczamy optymalne rozwiązanie minimalizujące wartość oczekiwaną kosztu eksploatacji portowej bazy paliw, określone przez funkcję liniową (5.1), zgodnie z zasadą (4.12), Mianowicie, otrzymujemy:

$$\dot{x}_1 = \hat{x}_1 = 0,08, \dot{x}_2 = \hat{x}_2 = 0,46, \dot{x}_3 = \hat{y} - \hat{x}^2 + \check{x}^2 + \check{x}_3 = 0,207 - 0,54 + 0,35 + 0,25 = 0,267,$$

$$\dot{x}_4 = \check{x}_4 = 0,002, \dot{x}_5 = \check{x}_5 = 0,15, \dot{x}_6 = \check{x}_6 = 0,001, \dot{x}_7 = \check{x}_7 = 0,04. \quad (5.12)$$

Ostatecznie, po zastosowaniu podstawienia odwrotnego do (5.5), otrzymujemy optymalne wartości granicznych prawdopodobieństw chwilowych

$$\begin{aligned} \dot{p}_2 &= \dot{x}_1 = 0,08, \dot{p}_1 = \dot{x}_2 = 0,46, \dot{p}_7 = \dot{x}_3 = 0,267, \dot{p}_3 = \dot{x}_4 = 0,002, \\ \dot{p}_5 &= \dot{x}_5 = 0,15, \dot{p}_4 = \dot{x}_6 = 0,001, \dot{p}_6 = \dot{x}_7 = 0,04, \end{aligned} \quad (5.13)$$

które minimalizują wartość oczekiwaną całkowitego kosztu eksploatacji portowej bazy paliw w ustalonym czasie eksploatacji $\theta = 1$ rok. Zgodnie z (4.15), jego minimalna wartość wynosi

$$\begin{aligned} \hat{C}(\theta) &\cong 0,46 \cdot 3855344 + 0,08 \cdot 3855344 + 0,002 \cdot 6326176 + 0,001 \cdot 10161520 \\ &+ 0,15 \cdot 6336176 + 0,04 \cdot 10161520 + 0,267 \cdot 3855344 \cong 4492833.68 \text{ PLN}. \end{aligned} \quad (5.14)$$

5.1.2 Optymalizacja z danym podzbiorem stanów bezpieczeństwa

Przejdźmy teraz do wyznaczenia minimalnej wartości oczekiwanej całkowitego kosztu eksploatacji portowej bazy paliw w danym podzbiorem stanów bezpieczeństwa. Zakładamy, że podzbiorem tym jest $\{1, 2\}$, a krytyczny stan bezpieczeństwa to $r = 1$. Wyróżnienie podzbioru $\{1, 2\}$ wynika z różnych czynników, takich jak specyficzne charakterystyki stanów bezpieczeństwa oraz ich wpływ na eksploatację portowej bazy paliw. W kontekście optymalizacji kosztów eksploatacji rozważanego systemu, wyróżnienie podzbioru 1, 2 jest strategiczne, aby skoncentrować się na minimalizacji kosztów w obszarze, który ma kluczowe znaczenie dla bezpieczeństwa i efektywności operacyjnej. Rozważany koszt jest określony wzorem (3.13), a funkcja celu zdefiniowana przez (4.16), ma następującą postać:

$$\begin{aligned} \hat{C}(\geq 1) &\cong p_1[\hat{C}(\geq 1)]^{(1)} + p_2[\hat{C}(\geq 1)]^{(2)} + p_3[\hat{C}(\geq 1)]^{(3)} + p_4[\hat{C}(\geq 1)]^{(4)} + p_5[\hat{C}(\geq 1)]^{(5)} \\ &\quad + p_6[\hat{C}(\geq 1)]^{(6)} + p_7[\hat{C}(\geq 1)]^{(7)} \\ &\cong p_1 \cdot 134274,50355 + p_2 \cdot 125134,71981 + p_3 \cdot 170921,06810 + p_4 \cdot 258228,9664 \\ &\quad + p_5 \cdot 180921,06810 + p_6 \cdot 258228,96640 + p_7 \cdot 143431,48954 \text{ PLN.} \end{aligned} \quad (5.15)$$

Dolne \check{p}_b i górne \hat{p}_b granice nieznanymi prawdopodobieństw chwilowych p_b , $b = 1, 2, \dots, 7$, wynoszą odpowiednio [Kołowrocki, Soszyńska-Budny, 2011/2015; Magryta, 2020]:

$$\begin{aligned} \check{p}_1 &= 0,31, \check{p}_2 = 0,04, \check{p}_3 = 0,002, \check{p}_4 = 0,001, \check{p}_5 = 0,15, \check{p}_6 = 0,04, \check{p}_7 = 0,25, \\ \hat{p}_1 &= 0,46, \hat{p}_2 = 0,08, \hat{p}_3 = 0,006, \hat{p}_4 = 0,004, \hat{p}_5 = 0,26, \hat{p}_6 = 0,08, \hat{p}_7 = 0,40. \end{aligned} \quad (5.16)$$

Zatem, zgodnie z równaniem (5.16) i biorąc pod uwagę równanie (4.17), zakładamy następujące ograniczenia:

$$\begin{aligned} 0,31 &\leq p_1 \leq 0,46, 0,04 \leq p_2 \leq 0,08, 0,002 \leq p_3 \leq 0,006, 0,001 \leq p_4 \leq 0,004, \\ 0,15 &\leq p_5 \leq 0,26, 0,04 \leq p_6 \leq 0,08, 0,25 \leq p_7 \leq 0,40. \end{aligned} \quad (5.17)$$

Zanim znajdziemy optymalne wartości \hat{p}_b prawdopodobieństw p_b , $b = 1, 2, \dots, 7$, które minimalizują wartość funkcji celu (5.15), porządkujemy wartości oczekiwane $[\hat{C}(\geq 1)]^{(b)}$, $b = 1, 2, \dots, 7$, określone w (3.11), w kolejności niemalejącej

$$\begin{aligned} 125134,71981 &\leq 134274,50355 \leq 143431,48954 \leq 170921,06810 \leq 180921,06810 \\ &\leq 258228,96640 \leq 2588228,9664, \end{aligned}$$

tj.

$$\begin{aligned} [\hat{C}(\geq 1)]^{(2)} &\leq [\hat{C}(\geq 1)]^{(1)} \leq [\hat{C}(\geq 1)]^{(7)} \leq [\hat{C}(\geq 1)]^{(3)} \leq \\ &[\hat{C}(\geq 1)]^{(5)} \leq [\hat{C}(\geq 1)]^{(4)} \leq [\hat{C}(\geq 1)]^{(6)}. \end{aligned} \quad (5.18)$$

Ponadto, zgodnie z równaniem (4.19), podstawiamy:

$$x_1 = p_2, \quad x_2 = p_1, \quad x_3 = p_7, \quad x_4 = p_3, \quad x_5 = p_5, \quad x_6 = p_4, \quad x_7 = p_6, \quad (5.19)$$

oraz

$$\begin{aligned} \check{x}_1 &= \check{p}_2 = 0,04, \quad \check{x}_2 = \check{p}_1 = 0,31, \quad \check{x}_3 = \check{p}_7 = 0,25, \quad \check{x}_4 = \check{p}_3 = 0,002, \\ \check{x}_5 &= \check{p}_5 = 0,15, \quad \check{x}_6 = \check{p}_4 = 0,001, \quad \check{x}_7 = \check{p}_6 = 0,04, \\ \hat{x}_1 &= \hat{p}_2 = 0,08, \quad \hat{x}_2 = \hat{p}_1 = 0,46, \quad \hat{x}_3 = \hat{p}_7 = 0,40, \quad \hat{x}_4 = \hat{p}_3 = 0,006, \end{aligned}$$

$$\hat{x}_5 = \hat{p}_5 = 0,26, \hat{x}_6 = \hat{p}_4 = 0,004, \hat{x}_7 = \hat{p}_6 = 0,08. \quad (5.20)$$

Następnie poszukujemy wartości $x_i, i = 1, 2, \dots, 7$, minimalizujących wartość $\hat{C}(\geq 1)$ określoną przez (5.15), która zgodnie z równaniami (4.19)-(4.21) oraz (5.17), (5.19)-(5.20) przyjmuje postać:

$$\begin{aligned} \hat{C}(\geq 1) = & x_1 \cdot 125134,71981 + x_2 \cdot 134274,50355 + x_3 \cdot 143431,48954 + x_4 \cdot 170921,06810 \\ & + x_5 \cdot 180921,06810 + x_6 \cdot 258228,9664 + x_7 \cdot 258228,9664 \text{ PLN}, \end{aligned} \quad (5.21)$$

przy następujących ograniczeniach

$$0,04 \leq x_1 \leq 0,08, 0,31 \leq x_2 \leq 0,46, 0,25 \leq x_3 \leq 0,40, 0,002 \leq x_4 \leq 0,006,$$

$$0,15 \leq x_5 \leq 0,26, 0,001 \leq x_6 \leq 0,004, 0,04 \leq x_7 \leq 0,08,$$

$$\sum_{i=1}^7 x_i = 1. \quad (5.22)$$

Chcąc znaleźć optymalne wartości $x_i, i = 1, 2, \dots, 7$, zgodnie z (4.23), obliczamy

$$\check{x} = \sum_{i=1}^7 \check{x}_i = 0,793, \hat{y} = 1 - \check{x} = 1 - 0,793 = 0,207 \quad (5.23)$$

oraz zgodnie z (4.24), znajdujemy

$$\begin{aligned} \check{x}^0 &= 0, \hat{x}^0 = 0, \hat{x}^0 - \check{x}^0 = 0, \\ \check{x}^1 &= 0,04, \hat{x}^1 = 0,08, \hat{x}^1 - \check{x}^1 = 0,04, \\ \check{x}^2 &= 0,35, \hat{x}^2 = 0,54, \hat{x}^2 - \check{x}^2 = 0,19, \\ \check{x}^3 &= 0,60, \hat{x}^3 = 0,94, \hat{x}^3 - \check{x}^3 = 0,34, \\ \check{x}^4 &= 0,602, \hat{x}^4 = 0,946, \hat{x}^4 - \check{x}^4 = 0,344, \\ \check{x}^5 &= 0,752, \hat{x}^5 = 1,206, \hat{x}^5 - \check{x}^5 = 0,454, \\ \check{x}^6 &= 0,753, \hat{x}^6 = 0,01, 21, \hat{x}^6 - \check{x}^6 = 0,457, \\ \check{x}^7 &= 0,793, \hat{x}^7 = 1,29, \hat{x}^7 - \check{x}^7 = 0,497, \end{aligned} \quad (5.24)$$

Z powyższych obliczeń wynika, że wyrażenie (4.25) przyjmuje postać

$$\hat{x}^I - \check{x}^I < 0,207, \quad (5.25)$$

zatem największa wartość $I \in \{0, 1, \dots, 7\}$ dla której nierówność ta jest spełniona, wynosi $I = 2$. Wobec powyższego, wyznaczamy optymalne rozwiązanie minimalizujące wartość oczekiwaną całkowitego kosztu eksploatacji portowej bazy paliw w podzbiorze stanów bezpieczeństwa $\{1, 2\}$, określone przez funkcję liniową (5.15), zgodnie z zasadą (4.12). Mianowicie, otrzymujemy:

$$\dot{x}_1 = \hat{x}_1 = 0,08, \dot{x}_2 = \hat{x}_2 = 0,46, \dot{x}_3 = \hat{y} - \hat{x}^2 + \check{x}^2 + \check{x}_3 = 0,207 - 0,54 + 0,35 + 0,25 = 0,267,$$

$$\dot{x}_4 = \hat{x}_4 = 0,002, \dot{x}_5 = \hat{x}_5 = 0,15, \dot{x}_6 = \check{x}_6 = 0,001, \dot{x}_7 = \check{x}_7 = 0,14. \quad (5.26)$$

Ostatecznie, po zastosowaniu podstawienia odwrotnego do (5.19), otrzymujemy optymalne wartości granicznych prawdopodobieństw chwilowych

$$\begin{aligned} \dot{p}_2 = \dot{x}_1 = 0,08, \dot{p}_1 = \dot{x}_2 = 0,46, \dot{p}_7 = \dot{x}_3 = 0,267, \dot{p}_3 = \dot{x}_4 = 0,002, \\ \dot{p}_5 = \dot{x}_5 = 0,15, \dot{p}_4 = \dot{x}_6 = 0,001, \dot{p}_6 = \dot{x}_7 = 0,04, \end{aligned} \quad (5.27)$$

które minimalizują wartość oczekiwaną całkowitego kosztu eksploatacji portowej bazy paliw w podzbiorze stanów bezpieczeństwa $\{1, 2\}$. Minimalna wartość oczekiwana wynosi

$$\begin{aligned} \hat{C}(\geq 1) \cong & 0,46 \cdot 134274,50355 + 0,08 \cdot 125134,71981 + 0,002 \cdot 170921,06810 \\ & + 0,001 \cdot 258228,9664 + 0,15 \cdot 180921,06810 + 0,04 \cdot 258228,96640 + 0,267 \cdot 143431,48954 \\ & \cong 148140,64690 \text{ PLN}. \end{aligned} \quad (5.28)$$

Procedura minimalizacji jest przeprowadzona dla podzbioru $\{1, 2\}$. Wyznaczone prawdopodobieństwa są potem wykorzystywane w pozostałych podzbiorach. Zatem, odpowiadająca tej minimalnej wartości optymalna wartość oczekiwana całkowitego kosztu eksploatacji portowej bazy paliw w podzbiorze stanów bezpieczeństwa $\{2\}$ wynosi

$$\begin{aligned} \hat{C}(2) \cong & 0,46,103764,29792 + 0,08,94324,56966 + 0,002,123568,59597 \\ & + 0,001,190073,05216 + 0,15,133568,59597 + 0,04,190072,49920 + 0,267,113215,49434 \\ & \cong 113581,47921 \text{ PLN}. \end{aligned} \quad (5.29)$$

Optymalne wartości oczekiwane całkowitych kosztów eksploatacji portowej bazy paliw w poszczególnych stanach bezpieczeństwa 1 i 2 wynoszą w PLN odpowiednio:

$$\begin{aligned} \hat{C}(1) \cong & 148140,64690 - 113581,47921 \cong 34559,16769, \\ \hat{C}(2) \cong & 113581,47921. \end{aligned} \quad (5.30)$$

Analizowane koszty po optymalizacji są niższe niż przed nią, co możemy zauważyć dzięki porównaniu wyników (3.13)-(3.14) uzyskanych przed optymalizacją z wynikami (5.28)-(5.29) uzyskanymi po optymalizacji.

5.2 Optymalizacja kosztu eksploatacji promu

5.2.1 Optymalizacja z danym przedziałem czasu

Wyznamy teraz minimalną wartość oczekiwaną kosztu eksploatacji systemu technicznego promu morskiego. Wobec równania (3.19), funkcja celu określona wzorem (2.13) przyjmuje następującą postać:

$$\begin{aligned} \hat{C}(\theta) \cong & [\hat{C}(\theta)]^{(1)} + p_2[\hat{C}(\theta)]^{(2)} + p_3[\hat{C}(\theta)]^{(3)} + p_4[\hat{C}(\theta)]^{(4)} + p_5[\hat{C}(\theta)]^{(5)} \\ & + p_6[\hat{C}(\theta)]^{(6)} + p_7[\hat{C}(\theta)]^{(7)} + p_8[\hat{C}(\theta)]^{(8)} + p_9[\hat{C}(\theta)]^{(9)} + p_{10}[\hat{C}(\theta)]^{(10)} + p_{11}[\hat{C}(\theta)]^{(11)} \\ & + p_{12}[\hat{C}(\theta)]^{(12)} + p_{13}[\hat{C}(\theta)]^{(13)} + p_{14}[\hat{C}(\theta)]^{(14)} + p_{15}[\hat{C}(\theta)]^{(15)} \\ & + p_{16}[\hat{C}(\theta)]^{(16)} + p_{17}[\hat{C}(\theta)]^{(17)} + p_{18}[\hat{C}(\theta)]^{(18)}. \end{aligned} \quad (5.31)$$

Dolne \check{p}_b i górne \hat{p}_b granice nieznanymi prawdopodobieństw chwilowych p_b , $b = 1, 2, \dots, 18$, wynoszą odpowiednio [Kołowrocki, Soszyńska-Budny, 2011/2015]:

$$\begin{aligned}
\check{p}_1 = 0,0006, \check{p}_2 = 0,001, \check{p}_3 = 0,018, \check{p}_4 = 0,027, \check{p}_5 = 0,286, \check{p}_6 = 0,018, \check{p}_7 = 0,002, \check{p}_8 = 0,001, \\
\check{p}_9 = 0,001, \check{p}_{10} = 0,001, \check{p}_{11} = 0,002, \check{p}_{12} = 0,013, \check{p}_{13} = 0,286, \check{p}_{14} = 0,025, \check{p}_{15} = 0,018, \\
\check{p}_{16} = 0,002, \check{p}_{17} = 0,002, \check{p}_{18} = 0,001, \\
\hat{p}_1 = 0,056, \hat{p}_2 = 0,002, \hat{p}_3 = 0,027, \hat{p}_4 = 0,056, \hat{p}_5 = 0,780, \hat{p}_6 = 0,024, \hat{p}_7 = 0,018, \hat{p}_8 = 0,018, \\
\hat{p}_9 = 0,056, \hat{p}_{10} = 0,003, \hat{p}_{11} = 0,004, \hat{p}_{12} = 0,024, \hat{p}_{13} = 0,780, \hat{p}_{14} = 0,043, \hat{p}_{15} = 0,024, \\
\hat{p}_{16} = 0,004, \hat{p}_{17} = 0,007, \hat{p}_{18} = 0,018.
\end{aligned} \tag{5.32}$$

Zatem, zgodnie z równaniem (5.2) i biorąc pod uwagę równanie (4.2), zakładamy następujące ograniczenia:

$$\begin{aligned}
0,0006 \leq p_1 \leq 0,056, 0,001 \leq p_2 \leq 0,002, 0,018 \leq p_3 \leq 0,027, 0,027 \leq p_4 \leq 0,056, \\
0,286 \leq p_5 \leq 0,780, 0,018 \leq p_6 \leq 0,024, 0,002 \leq p_7 \leq 0,018, 0,001 \leq p_8 \leq 0,018, \\
0,001 \leq p_9 \leq 0,056, 0,001 \leq p_{10} \leq 0,003, 0,002 \leq p_{11} \leq 0,004, 0,013 \leq p_{12} \leq 0,024, \\
0,286 \leq p_{13} \leq 0,780, 0,025 \leq p_{14} \leq 0,043, 0,018 \leq p_{15} \leq 0,024, \\
0,002 \leq p_{16} \leq 0,004, 0,002 \leq p_{17} \leq 0,007, 0,001 \leq p_{18} \leq 0,018,
\end{aligned}$$

$$\sum_{b=1}^{18} p_b = 1. \tag{5.33}$$

Zanim znajdziemy optymalne wartości \hat{p}_b prawdopodobieństw chwilowych p_b , $b = 1, 2, \dots, 18$, przebywania systemu w poszczególnych stanach eksploatacyjnych, które minimalizują wartość funkcji celu (5.31), porządkujemy wartości oczekiwane całkowitych kosztów eksploatacji portowej bazy paliw $[\hat{C}(\theta)]^{(b)}$, $b = 1, 2, \dots, 7$, określone w (3.18), w kolejności niemalejącej

$$\begin{aligned}
208,8c \leq 208,8c \leq 259,2c \leq 259,2c \leq 522c \leq 522c \leq 870,48c \leq 956,16c \leq 1186,56c \\
\leq 2073,6c \leq 2211,12c \leq 2246c \leq 2302,56c \leq 2521,44c \leq 2544,48c \leq 2669,76c \\
\leq 26030,16c \leq 26920,08c,
\end{aligned}$$

tj.

$$\begin{aligned}
[\hat{C}(\theta)]^{(2)} \leq [\hat{C}(\theta)]^{(10)} \leq [\hat{C}(\theta)]^{(11)} \leq [\hat{C}(\theta)]^{(16)} \leq [\hat{C}(\theta)]^{(7)} \leq [\hat{C}(\theta)]^{(17)} \leq [\hat{C}(\theta)]^{(18)} \\
\leq [\hat{C}(\theta)]^{(8)} \leq [\hat{C}(\theta)]^{(12)} \leq [\hat{C}(\theta)]^{(15)} \leq [\hat{C}(\theta)]^{(9)} \leq [\hat{C}(\theta)]^{(3)} \leq [\hat{C}(\theta)]^{(6)} \leq [\hat{C}(\theta)]^{(14)} \\
\leq [\hat{C}(\theta)]^{(1)} \leq [\hat{C}(\theta)]^{(4)} \leq [\hat{C}(\theta)]^{(13)} \leq [\hat{C}(\theta)]^{(5)}.
\end{aligned} \tag{5.34}$$

Ponadto, zgodnie z równaniem (4.4), podstawiamy:

$$\begin{aligned}
x_1 = p_2, x_2 = p_{10}, x_3 = p_{11}, x_4 = p_{16}, x_5 = p_7, x_6 = p_{17}, \\
x_7 = p_{18}, x_8 = p_8, x_9 = p_{12}, x_{10} = p_{15}, x_{11} = p_9, x_{12} = p_3, x_{13} = p_6, \\
x_{14} = p_{14}, x_{15} = p_1, x_{16} = p_4, x_{17} = p_{13}, x_{18} = p_5,
\end{aligned} \tag{5.35}$$

oraz

$$\begin{aligned}\check{x}_1 = \check{p}_2 = 0,001, \check{x}_2 = \check{p}_{10} = 0,001, \check{x}_3 = \check{p}_{11} = 0,002, \check{x}_4 = \check{p}_{16} = 0,002, \check{x}_5 = \check{p}_7 = 0,002, \\ \check{x}_6 = \check{p}_{17} = 0,002, \check{x}_7 = \check{p}_{18} = 0,001, \check{x}_8 = \check{p}_8 = 0,001, \check{x}_9 = \check{p}_{12} = 0,013, \check{x}_{10} = \check{p}_{15} = 0,018, \\ \check{x}_{11} = \check{p}_9 = 0,001, \check{x}_{12} = \check{p}_3 = 0,018, \check{x}_{13} = \check{p}_6 = 0,018, \check{x}_{14} = \check{p}_{14} = 0,025, \check{x}_{15} = \check{p}_1 = 0,0006, \\ \check{x}_{16} = \check{p}_4 = 0,027, \check{x}_{17} = \check{p}_{13} = 0,286, \check{x}_{18} = \check{p}_5 = 0,286,\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\hat{x}_1 = \hat{p}_2 = 0,002, \hat{x}_2 = \hat{p}_{10} = 0,003, \hat{x}_3 = \hat{p}_{11} = 0,004, \hat{x}_4 = \hat{p}_{16} = 0,004, \hat{x}_5 = \hat{p}_7 = 0,018, \\ \hat{x}_6 = \hat{p}_{17} = 0,007, \hat{x}_7 = \hat{p}_{18} = 0,018, \hat{x}_8 = \hat{p}_8 = 0,018, \hat{x}_9 = \hat{p}_{12} = 0,024, \hat{x}_{10} = \hat{p}_{15} = 0,024, \\ \hat{x}_{11} = \hat{p}_9 = 0,056, \hat{x}_{12} = \hat{p}_3 = 0,027, \hat{x}_{13} = \hat{p}_6 = 0,024, \hat{x}_{14} = \hat{p}_{14} = 0,043, \hat{x}_{15} = \hat{p}_1 = 0,056, \\ \hat{x}_{16} = \hat{p}_4 = 0,056, \hat{x}_{17} = \hat{p}_{13} = 0,78, \hat{x}_{18} = \hat{p}_5 = 0,78.\end{aligned}\quad (5.36)$$

Następnie poszukujemy wartości x_i , $i = 1, 2, \dots, 18$, minimalizujących liniową funkcję celu promu morskiego, określoną przez (5.31), która zgodnie z równaniami (4.4)-(4.6) oraz (5.35)-(5.36) przyjmuje postać:

$$\begin{aligned}\hat{C}(\theta) = x_1 \cdot 208,8c + x_2 \cdot 208,8c + x_3 \cdot 259,2c + x_4 \cdot 259,2c + x_5 \cdot 522c + x_6 \cdot 522c \\ + x_7 \cdot 870,48c + x_8 \cdot 956,16c + x_9 \cdot 1186,56c + x_{10} \cdot 2073,6c + x_{11} \cdot 2211,12c \\ + x_{12} \cdot 2246c + x_{13} \cdot 2302,56c + x_{14} \cdot 2521,44c + x_{15} \cdot 2544,48c + x_{16} \cdot 2669,76c \\ + x_{14} \cdot 2521,44c + x_{15} \cdot 2544,48c + x_{16} \cdot 2669,76c + x_{17} \cdot 26030,16c \\ + x_{17} \cdot 26030,16c + x_{18} \cdot 26920,08c,\end{aligned}\quad (5.37)$$

przy następujących ograniczeniach

$$\begin{aligned}0,001 \leq x_1 \leq 0,002, 0,001 \leq x_2 \leq 0,003, 0,002 \leq x_3 \leq 0,004, 0,002 \leq x_4 \leq 0,004, \\ 0,002 \leq x_5 \leq 0,018, 0,002 \leq x_6 \leq 0,007, 0,001 \leq x_7 \leq 0,018, 0,001 \leq x_8 \leq 0,018, \\ 0,013 \leq x_9 \leq 0,024, 0,018 \leq x_{10} \leq 0,024, 0,001 \leq x_{11} \leq 0,056, 0,018 \leq x_{12} \leq 0,027, \\ 0,018 \leq x_{13} \leq 0,024, 0,025 \leq x_{14} \leq 0,043, 0,0006 \leq x_{15} \leq 0,056, \\ 0,027 \leq x_{16} \leq 0,056, 0,286 \leq x_{17} \leq 0,78, 0,286 \leq x_{18} \leq 0,78, \\ \sum_{i=1}^{18} x_i = 1.\end{aligned}\quad (5.38)$$

Chcąc znaleźć optymalne wartości x_i , $i = 1, 2, \dots, 18$, zgodnie z (4.8), obliczamy

$$\check{x} = \sum_{i=1}^{18} \check{x}_i = 0,7046, \hat{y} = 1 - \check{x} = 1 - 0,7046 = 0,2954\quad (5.39)$$

oraz zgodnie z (4.9), znajdujemy

$$\begin{aligned}\check{x}^0 = 0, \hat{x}^0 = 0, \hat{x}^0 - \check{x}^0 = 0, \\ \check{x}^1 = 0,001, \hat{x}^1 = 0,002, \hat{x}^1 - \check{x}^1 = 0,001,\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\check{x}^2 &= 0,002, \hat{x}^2 = 0,005, \hat{x}^2 - \check{x}^2 = 0,003, \\
\check{x}^3 &= 0,004, \hat{x}^3 = 0,009, \hat{x}^3 - \check{x}^3 = 0,005, \\
\check{x}^4 &= 0,006, \hat{x}^4 = 0,013, \hat{x}^4 - \check{x}^4 = 0,007, \\
\check{x}^5 &= 0,008, \hat{x}^5 = 0,031, \hat{x}^5 - \check{x}^5 = 0,023, \\
\check{x}^6 &= 0,01, \hat{x}^6 = 0,038, \hat{x}^6 - \check{x}^6 = 0,028, \\
\check{x}^7 &= 0,011, \hat{x}^7 = 0,056, \hat{x}^7 - \check{x}^7 = 0,045, \\
\check{x}^8 &= 0,012, \hat{x}^8 = 0,074, \hat{x}^8 - \check{x}^8 = 0,062, \\
\check{x}^9 &= 0,025, \hat{x}^9 = 0,098, \hat{x}^9 - \check{x}^9 = 0,073, \\
\check{x}^{10} &= 0,043, \hat{x}^{10} = 0,122, \hat{x}^{10} - \check{x}^{10} = 0,079, \\
\check{x}^{11} &= 0,044, \hat{x}^{11} = 0,178, \hat{x}^{11} - \check{x}^{11} = 0,134, \\
\check{x}^{12} &= 0,062, \hat{x}^{12} = 0,205, \hat{x}^{12} - \check{x}^{12} = 0,143, \\
\check{x}^{13} &= 0,08, \hat{x}^{13} = 0,229, \hat{x}^{13} - \check{x}^{13} = 0,149, \\
\check{x}^{14} &= 0,105, \hat{x}^{14} = 0,272, \hat{x}^{14} - \check{x}^{14} = 0,167, \\
\check{x}^{15} &= 0,1056, \hat{x}^{15} = 0,328, \hat{x}^{15} - \check{x}^{15} = 0,2224, \\
\check{x}^{16} &= 0,1326, \hat{x}^{16} = 0,384, \hat{x}^{16} - \check{x}^{16} = 0,2514, \\
\check{x}^{17} &= 0,4186, \hat{x}^{17} = 1,164, \hat{x}^{17} - \check{x}^{17} = 0,7454, \\
\check{x}^{18} &= 0,7046, \hat{x}^{18} = 1,944, \hat{x}^{18} - \check{x}^{18} = 1,2394.
\end{aligned} \tag{5.40}$$

Z powyższych obliczeń wynika, że wyrażenie (4.10) przyjmuje postać

$$\hat{x}^I - \check{x}^I < 0,2954, \tag{5.41}$$

zatem największa wartość $I \in \{0, 1, \dots, 18\}$ dla której nierówność ta jest spełniona, wynosi $I = 16$, Wobec powyższego, wyznaczamy optymalne rozwiązanie minimalizujące wartość oczekiwaną kosztu eksploatacji systemu technicznego promu, określone przez funkcję liniową (5.31), zgodnie z zasadą (4.12), Mianowicie, otrzymujemy:

$$\begin{aligned}
\dot{x}_1 &= \hat{x}_1 = 0,002, \dot{x}_2 = \hat{x}_2 = 0,003, \dot{x}_3 = \hat{x}_3 = 0,004, \dot{x}_4 = \hat{x}_4 = 0,004, \dot{x}_5 = \hat{x}_5 = 0,018, \\
\dot{x}_6 &= \hat{x}_6 = 0,007, \dot{x}_7 = \hat{x}_7 = 0,018, \dot{x}_8 = \hat{x}_8 = 0,018, \dot{x}_9 = \hat{x}_9 = 0,024, \dot{x}_{10} = \hat{x}_{10} = 0,024, \\
\dot{x}_{11} &= \hat{x}_{11} = 0,056, \dot{x}_{12} = \hat{x}_{12} = 0,027, \dot{x}_{13} = \hat{x}_{13} = 0,024, \dot{x}_{14} = \hat{x}_{14} = 0,043, \dot{x}_{15} = \hat{x}_{15} = 0,056, \\
\dot{x}_{16} &= \hat{x}_{16} = 0,056, \dot{x}_{17} = \hat{y} - \hat{x}^{16} + \check{x}^{16} + \check{x}_{17} = 0,2954 - 0,384 + 0,1326 + 0,286 = 0,33, \\
\dot{x}_{18} &= \check{x}_{18} = 0,286.
\end{aligned} \tag{5.42}$$

Ostatecznie, po zastosowaniu podstawienia odwrotnego do (5.35), otrzymujemy optymalne wartości granicznych prawdopodobieństw chwilowych

$$\begin{aligned}
\dot{p}_2 &= \dot{x}_1 = 0,002, \dot{p}_{10} = \dot{x}_2 = 0,003, \dot{p}_{11} = \dot{x}_3 = 0,004, \dot{p}_{16} = \dot{x}_4 = 0,004, \dot{p}_7 = \dot{x}_5 = 0,018, \\
\dot{p}_{17} &= \dot{x}_6 = 0,007, \dot{p}_{18} = \dot{x}_7 = 0,018, \dot{p}_8 = \dot{x}_8 = 0,018, \dot{p}_{12} = \dot{x}_9 = 0,024, \dot{p}_9 = \dot{x}_{10} = 0,024, \\
\dot{p}_{15} &= \dot{x}_{11} = 0,056, \dot{p}_3 = \dot{x}_{12} = 0,027, \dot{p}_1 = \dot{x}_{13} = 0,024, \dot{p}_6 = \dot{x}_{14} = 0,043, \dot{p}_{14} = \dot{x}_{15} = 0,056, \\
\dot{p}_4 &= \dot{x}_{16} = 0,056, \dot{p}_{13} = \dot{x}_{17} = 0,33, \dot{p}_5 = \dot{x}_{18} = 0,286,
\end{aligned} \tag{5.43}$$

które minimalizują wartość oczekiwaną całkowitego kosztu eksploatacji systemu technicznego promu w ustalonym czasie eksploatacji $\theta = 1$ miesiąc = 720 godzin. Zgodnie z (4.15), jego minimalna wartość wynosi

$$\begin{aligned} \hat{C}(\theta) \cong & 0,056 \cdot 2554,48c + 0,002 \cdot 208,8c + 0,027 \cdot 2246,4c + 0,056 \cdot 2669,76c \\ & + 0,286 \cdot 26920,08c + 0,024 \cdot 2302,56c + 0,018 \cdot 522c + 0,018 \cdot 965,16c \\ & + 0,056 \cdot 2211,12c + 0,003 \cdot 208,8c + 0,004 \cdot 259,2c + 0,024 \cdot 1186,56c \\ & + 0,33 \cdot 26030,16c + 0,043 \cdot 2521,44c + 0,024 \cdot 2073,6c + 0,004 \cdot 259,2c \\ & + 0,007 \cdot 522c + 0,018 \cdot 870,48c \cong 17056,54c \text{ PLN.} \end{aligned} \quad (5.44)$$

5.2.2 Optymalizacja z danym podzbiorem stanów bezpieczeństwa

Przejdźmy teraz do wyznaczenia minimalnej wartości oczekiwanej całkowitego kosztu eksploatacji systemu technicznego promu morskiego w danym podzbiornie stanów bezpieczeństwa. Zakładamy, że podzbiorem tym jest $\{2, 3, 4\}$, a krytyczny stan bezpieczeństwa to $r = 2$. Wyróżnienie podzbiornu $\{2, 3, 4\}$ wynika z różnych czynników, takich jak specyficzne charakterystyki stanów bezpieczeństwa oraz ich wpływ na eksploatację promu. W kontekście optymalizacji kosztów eksploatacji rozważanego systemu, wyróżnienie podzbiornu $\{2, 3, 4\}$ jest strategiczne, aby skoncentrować się na minimalizacji kosztów w obszarze, który ma kluczowe znaczenie dla bezpieczeństwa i efektywności operacyjnej. Rozważany koszt jest określony wzorem (3.23), a funkcja celu zdefiniowana przez (4.16) ma następującą postać:

$$\begin{aligned} \hat{C}(\geq 2) = & p_1 \cdot 131,78844c + p_2 \cdot 192,67455c + p_3 \cdot 166,94400c + p_4 \cdot 143,48209c \\ & + p_5 \cdot 143,47076c + p_6 \cdot 169,36977c + p_7 \cdot 185,40425c + p_8 \cdot 119,28677c \\ & + p_9 \cdot 119,28677c + p_{10} \cdot 192,67455c + p_{11} \cdot 160,03200c + p_{12} \cdot 143,88276c \\ & + p_{13} \cdot 143,47076c + p_{14} \cdot 142,69620c + p_{15} \cdot 166,94400c + p_{16} \cdot 160,03200c \\ & + p_{17} \cdot 185,40425c + p_{18} \cdot 131,78844c. \end{aligned} \quad (5.45)$$

Dolne \check{p}_b i górne \hat{p}_b granice nieznanych prawdopodobieństw chwilowych p_b , $b = 1, 2, \dots, 18$, wynoszą odpowiednio [Kołowrocki, Soszyńska-Budny, 2011/2015; Magryta, 2020]:

$$\begin{aligned} \check{p}_1 = & 0,0006, \check{p}_2 = 0,001, \check{p}_3 = 0,018, \check{p}_4 = 0,027, \check{p}_5 = 0,286, \check{p}_6 = 0,018, \\ \check{p}_7 = & 0,002, \check{p}_8 = 0,001, \check{p}_9 = 0,001, \check{p}_{10} = 0,001, \check{p}_{11} = 0,002, \check{p}_{12} = 0,013, \\ \check{p}_{13} = & 0,286, \check{p}_{14} = 0,025, \check{p}_{15} = 0,018, \check{p}_{16} = 0,002, \check{p}_{17} = 0,002, \\ & \check{p}_{18} = 0,001, \\ \hat{p}_1 = & 0,056, \hat{p}_2 = 0,002, \hat{p}_3 = 0,027, \hat{p}_4 = 0,056, \hat{p}_5 = 0,780, \hat{p}_6 = 0,024, \\ \hat{p}_7 = & 0,018, \hat{p}_8 = 0,018, \hat{p}_9 = 0,056, \hat{p}_{10} = 0,003, \hat{p}_{11} = 0,004, \hat{p}_{12} = 0,024, \\ \hat{p}_{13} = & 0,780, \hat{p}_{14} = 0,043, \hat{p}_{15} = 0,024, \hat{p}_{16} = 0,004, \hat{p}_{17} = 0,007, \\ & \hat{p}_{18} = 0,018. \end{aligned} \quad (5.46)$$

Zatem, zgodnie z równaniem (5.46) i biorąc pod uwagę równanie (4.17), zakładamy następujące ograniczenia:

$$0,0006 \leq p_1 \leq 0,056, 0,001 \leq p_2 \leq 0,002, 0,018 \leq p_3 \leq 0,027, 0,027 \leq p_4 \leq 0,056,$$

$$\begin{aligned}
0,286 \leq p_5 \leq 0,780, 0,018 \leq p_6 \leq 0,024, 0,002 \leq p_7 \leq 0,018, 0,001 \leq p_8 \leq 0,018, \\
0,001 \leq p_9 \leq 0,056, 0,001 \leq p_{10} \leq 0,003, 0,002 \leq p_{11} \leq 0,004, 0,013 \leq p_{12} \leq 0,024, \\
0,286 \leq p_{13} \leq 0,780, 0,025 \leq p_{14} \leq 0,043, 0,018 \leq p_{15} \leq 0,024, \\
0,002 \leq p_{16} \leq 0,004, 0,002 \leq p_{17} \leq 0,007, 0,001 \leq p_{18} \leq 0,018,
\end{aligned}$$

$$\sum_{b=1}^{18} p_b = 1. \quad (5.47)$$

Zanim znajdziemy optymalne wartości \dot{p}_b prawdopodobieństw p_b , $b = 1, 2, \dots, 18$, które minimalizują wartość funkcji celu (5.45), porządkujemy wartości oczekiwane $[\hat{C}(\geq 2)]^{(b)}$, $b = 1, 2, \dots, 18$, określone w (3.23), w kolejności niemalejącej

$$\begin{aligned}
119,28677c \leq 119,28677c \leq 131,78844c \leq 131,78844c \leq 142,69620c \leq 143,47076c \\
\leq 143,47076c \leq 143,48209c \leq 143,88276c \leq 160,03200c \leq 160,03200c \leq 166,94400c \\
\leq 166,94400c \leq 169,36977c \leq 185,40425c \leq 185,40425c \leq 192,67455c \leq 192,67455c,
\end{aligned}$$

tj.

$$\begin{aligned}
[\hat{C}(\geq 2)]^{(8)} \leq [\hat{C}(\geq 2)]^{(9)} \leq [\hat{C}(\geq 2)]^{(1)} \leq [\hat{C}(\geq 2)]^{(18)} \leq [\hat{C}(\geq 2)]^{(14)} \\
\leq [\hat{C}(\geq 2)]^{(5)} \leq [\hat{C}(\geq 2)]^{(13)} \leq [\hat{C}(\geq 2)]^{(4)} \leq [\hat{C}(\geq 2)]^{(12)} \leq [\hat{C}(\geq 2)]^{(11)} \\
\leq [\hat{C}(\geq 2)]^{(16)} \leq [\hat{C}(\geq 2)]^{(3)} \leq [\hat{C}(\geq 2)]^{(15)} \leq [\hat{C}(\geq 2)]^{(6)} \leq [\hat{C}(\geq 2)]^{(7)} \\
\leq [\hat{C}(\geq 2)]^{(17)} \leq [\hat{C}(\geq 2)]^{(2)} \leq [\hat{C}(\geq 2)]^{(10)}. \quad (5.48)
\end{aligned}$$

Ponadto, zgodnie z równaniem (4.19), podstawiamy:

$$\begin{aligned}
x_1 = p_8, \quad x_2 = p_9, \quad x_3 = p_1, \quad x_4 = p_{18}, \quad x_5 = p_{14}, \quad x_6 = p_5, \quad x_7 = p_{13}, \quad x_8 = p_4, \\
x_9 = p_{12}, \quad x_{10} = p_{11}, \quad x_{11} = p_{16}, \quad x_{12} = p_3, \quad x_{13} = p_{15}, \quad x_{14} = p_6, \quad x_{15} = p_7, \quad x_{16} = p_{17}, \\
x_{17} = p_2, \quad x_{18} = p_{10}, \quad (5.49)
\end{aligned}$$

oraz

$$\begin{aligned}
\check{x}_1 = \check{p}_8 = 0,001, \quad \check{x}_2 = \check{p}_9 = 0,001, \quad \check{x}_3 = \check{p}_1 = 0,0006, \quad \check{x}_4 = \check{p}_{18} = 0,001, \\
\check{x}_5 = \check{p}_{14} = 0,025, \quad \check{x}_6 = \check{p}_5 = 0,286, \quad \check{x}_7 = \check{p}_{13} = 0,286, \quad \check{x}_8 = \check{p}_4 = 0,027, \\
\check{x}_9 = \check{p}_{12} = 0,013, \quad \check{x}_{10} = \check{p}_{11} = 0,002, \quad \check{x}_{11} = \check{p}_{16} = 0,002, \quad \check{x}_{12} = \check{p}_3 = 0,018, \\
\check{x}_{13} = \check{p}_{15} = 0,018, \quad \check{x}_{14} = \check{p}_6 = 0,018, \quad \check{x}_{15} = \check{p}_7 = 0,002, \quad \check{x}_{16} = \check{p}_{17} = 0,002, \\
\check{x}_{17} = \check{p}_2 = 0,001, \quad \check{x}_{18} = \check{p}_{10} = 0,001,
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\hat{x}_1 = \hat{p}_8 = 0,018, \quad \hat{x}_2 = \hat{p}_9 = 0,056, \quad \hat{x}_3 = \hat{p}_1 = 0,056, \quad \hat{x}_4 = \hat{p}_{18} = 0,018, \\
\hat{x}_5 = \hat{p}_{14} = 0,043, \quad \hat{x}_6 = \hat{p}_5 = 0,780, \quad \hat{x}_7 = \hat{p}_{13} = 0,780, \quad \hat{x}_8 = \hat{p}_4 = 0,056, \\
\hat{x}_9 = \hat{p}_{12} = 0,024, \quad \hat{x}_{10} = \hat{p}_{11} = 0,004, \quad \hat{x}_{11} = \hat{p}_{16} = 0,004, \quad \hat{x}_{12} = \hat{p}_3 = 0,027, \\
\hat{x}_{13} = \hat{p}_{15} = 0,024, \quad \hat{x}_{14} = \hat{p}_6 = 0,024, \quad \hat{x}_{15} = \hat{p}_7 = 0,018, \quad \hat{x}_{16} = \hat{p}_{17} = 0,007, \\
\hat{x}_{17} = \hat{p}_2 = 0,002, \quad \hat{x}_{18} = \hat{p}_{10} = 0,003. \quad (5.50)
\end{aligned}$$

Następnie poszukujemy wartości x_i , $i = 1, 2, \dots, 7$, minimalizujących wartość $\hat{C}(\geq 2)$ określoną przez (5.45), która zgodnie z równaniami (4.19)-(4.21) oraz (5.47), (5.49)-(5.50) przyjmuje postać:

$$\begin{aligned} \hat{C}(\geq 2) = & x_1 \cdot 119,28677c + x_2 \cdot 119,28677c + x_3 \cdot 131,78844c + x_4 \cdot 131,78844c \\ & + x_5 \cdot 142,69620c + x_6 \cdot 143,47076c + x_7 \cdot 143,47076c + x_8 \cdot 143,48209c \\ & + x_9 \cdot 143,88276c + x_{10} \cdot 160,03200c + x_{11} \cdot 160,03200c + x_{12} \cdot 166,94400c \\ & + x_{13} \cdot 166,94400c + x_{14} \cdot 169,36977c + x_{15} \cdot 185,40425c + x_{16}] \cdot 185,40425c \\ & + x_{17} \cdot 192,67455c + x_{18} \cdot 192,67455c \text{ PLN}, \end{aligned} \quad (5.51)$$

przy następujących ograniczeniach

$$\begin{aligned} 0,001 \leq x_1 \leq 0,018, & 0,001 \leq x_2 \leq 0,056, 0,0006 \leq x_3 \leq 0,056, 0,001 \leq x_4 \leq 0,018, \\ 0,025 \leq x_5 \leq 0,043, & 0,286 \leq x_6 \leq 0,780, 0,286 \leq x_7 \leq 0,780, 0,027 \leq x_8 \leq 0,056, \\ 0,013 \leq x_9 \leq 0,024, & 0,002 \leq x_{10} \leq 0,004, 0,002 \leq x_{11} \leq 0,004, 0,018 \leq x_{12} \leq 0,027, \\ 0,018 \leq x_{13} \leq 0,027, & 0,018 \leq x_{14} \leq 0,024, 0,002 \leq x_{15} \leq 0,018, \\ 0,002 \leq x_{16} \leq 0,007, & 0,001 \leq x_{17} \leq 0,002, 0,001 \leq x_{18} \leq 0,003, \end{aligned}$$

$$\sum_{i=1}^{18} x_i = 1. \quad (5.52)$$

Chcąc znaleźć optymalne wartości x_i , $i = 1, 2, \dots, 18$, zgodnie z (4.23), obliczamy

$$\check{x} = \sum_{i=1}^{18} \check{x}_i = 0,7046, \quad \hat{y} = 1 - \check{x} = 1 - 0,7046 = 0,2954 \quad (5.53)$$

oraz zgodnie z (4.24), znajdujemy

$$\begin{aligned} \check{x}^0 = 0, \quad \hat{x}^0 = 0, \quad \hat{x}^0 - \check{x}^0 = 0, \\ \check{x}^1 = 0,001, \quad \hat{x}^1 = 0,018, \quad \hat{x}^1 - \check{x}^1 = 0,017, \\ \check{x}^2 = 0,002, \quad \hat{x}^2 = 0,074, \quad \hat{x}^2 - \check{x}^2 = 0,072, \\ \check{x}^3 = 0,0026, \quad \hat{x}^3 = 0,13, \quad \hat{x}^3 - \check{x}^3 = 0,1274, \\ \check{x}^4 = 0,0036, \quad \hat{x}^4 = 0,148, \quad \hat{x}^4 - \check{x}^4 = 0,1444, \\ \check{x}^5 = 0,0286, \quad \hat{x}^5 = 0,191, \quad \hat{x}^5 - \check{x}^5 = 0,1624, \\ \check{x}^6 = 0,3146, \quad \hat{x}^6 = 0,971, \quad \hat{x}^6 - \check{x}^6 = 0,6564, \\ \check{x}^7 = 0,6006, \quad \hat{x}^7 = 1,751, \quad \hat{x}^7 - \check{x}^7 = 1,1504, \\ \check{x}^8 = 0,6276, \quad \hat{x}^8 = 1,807, \quad \hat{x}^8 - \check{x}^8 = 1,1794, \\ \check{x}^9 = 0,6406, \quad \hat{x}^9 = 1,831, \quad \hat{x}^9 - \check{x}^9 = 1,1904, \\ \check{x}^{10} = 0,6426, \quad \hat{x}^{10} = 1,835, \quad \hat{x}^{10} - \check{x}^{10} = 1,1924, \\ \check{x}^{11} = 0,6446, \quad \hat{x}^{11} = 1,839, \quad \hat{x}^{11} - \check{x}^{11} = 1,1944, \\ \check{x}^{12} = 0,6626, \quad \hat{x}^{12} = 1,866, \quad \hat{x}^{12} - \check{x}^{12} = 1,2034, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\check{x}^{13} &= 0,6806, \hat{x}^{13} = 1,89, \hat{x}^{13} - \check{x}^{13} = 1,2094, \\
\check{x}^{14} &= 0,6986, \hat{x}^{14} = 1,914, \hat{x}^{14} - \check{x}^{14} = 1,2154, \\
\check{x}^{15} &= 0,7006, \hat{x}^{15} = 1,932, \hat{x}^{15} - \check{x}^{15} = 1,2314, \\
\check{x}^{16} &= 0,7026, \hat{x}^{16} = 1,939, \hat{x}^{16} - \check{x}^{16} = 1,2364, \\
\check{x}^{17} &= 0,7036, \hat{x}^{17} = 1,941, \hat{x}^{17} - \check{x}^{17} = 1,2374, \\
\check{x}^{18} &= 0,7046, \hat{x}^{18} = 1,944, \hat{x}^{18} - \check{x}^{18} = 1,2394,
\end{aligned} \tag{5.54}$$

Z powyższych obliczeń wynika, że wyrażenie (4.25) przyjmuje postać

$$\hat{x}^I - \check{x}^I < 0,2954, \tag{5.55}$$

zatem największa wartość $I \in \{0, 1, \dots, 18\}$ dla której nierówność ta jest spełniona, wynosi $I = 5$. Wobec powyższego, wyznaczamy optymalne rozwiązanie minimalizujące wartość oczekiwaną całkowitego kosztu eksploatacji systemu technicznego promu w podzbiorze stanów bezpieczeństwa $\{2, 3, 4\}$, określone przez funkcję liniową (5.45), zgodnie z zasadą (4.12). Mianowicie, otrzymujemy:

$$\begin{aligned}
\dot{x}_1 = \hat{x}_1 &= 0,018, \dot{x}_2 = \hat{x}_2 = 0,056, \dot{x}_3 = \hat{x}_3 = 0,056, \dot{x}_4 = \hat{x}_4 = 0,018, \dot{x}_5 = \hat{x}_5 = 0,043, \\
\dot{x}_6 &= \hat{y} - \hat{x}^5 + \check{x}^5 + \check{x}_6 = 0,2954 - 0,191 + 0,0286 + 0,286 = 0,419, \\
\dot{x}_7 = \check{x}_7 &= 0,286, \dot{x}_8 = \check{x}_8 = 0,027, \dot{x}_9 = \check{x}_9 = 0,013, \dot{x}_{10} = \check{x}_{10} = 0,002, \\
\dot{x}_{11} = \check{x}_{11} &= 0,002, \dot{x}_{12} = \check{x}_{12} = 0,018, \dot{x}_{13} = \check{x}_{13} = 0,018, \dot{x}_{14} = \check{x}_{14} = 0,018, \\
\dot{x}_{15} = \check{x}_{15} &= 0,002, \dot{x}_{16} = \check{x}_{16} = 0,002, \dot{x}_{17} = \check{x}_{17} = 0,001, \\
\dot{x}_{18} = \check{x}_{18} &= 0,001.
\end{aligned} \tag{5.56}$$

Ostatecznie, po zastosowaniu podstawienia odwrotnego do (5.49), otrzymujemy optymalne wartości granicznych prawdopodobieństw chwilowychprobabilities

$$\begin{aligned}
\dot{p}_8 = \dot{x}_1 &= 0,018, \dot{p}_9 = \dot{x}_2 = 0,056, \dot{p}_1 = \dot{x}_3 = 0,056, \dot{p}_{18} = \dot{x}_4 = 0,018, \\
\dot{p}_{14} = \dot{x}_5 &= 0,043, \dot{p}_5 = \dot{x}_6 = 0,419, \dot{p}_{13} = \dot{x}_7 = 0,286, \dot{p}_4 = \dot{x}_8 = 0,027, \\
\dot{p}_{12} = \dot{x}_9 &= 0,013, \dot{p}_{11} = \dot{x}_{10} = 0,002, \dot{p}_{16} = \dot{x}_{11} = 0,002, \dot{p}_3 = \dot{x}_{12} = 0,018, \\
\dot{p}_{15} = \dot{x}_{13} &= 0,018, \dot{p}_6 = \dot{x}_{14} = 0,018, \dot{p}_7 = \dot{x}_{15} = 0,002, \dot{p}_{17} = \dot{x}_{16} = 0,002, \\
\dot{p}_2 = \dot{x}_{17} &= 0,001, \dot{p}_{10} = \dot{x}_{18} = 0,001,
\end{aligned} \tag{5.57}$$

które minimalizują wartość oczekiwaną całkowitego kosztu eksploatacji promu w podzbiorze stanów bezpieczeństwa $\{2, 3, 4\}$. Minimalna wartość oczekiwana wynosi

$$\begin{aligned}
\hat{C}(\geq 2) &\cong 0,056 \cdot 131,78844c + 0,001 \cdot 192,67455c + 0,018 \cdot 166,94400c + 0,027 \cdot 143,48209c \\
&+ 0,419 \cdot 143,47076c + 0,018 \cdot 169,36977c + 0,002 \cdot 185,40425c + 0,018 \cdot 119,28677c \\
&+ 0,056 \cdot 119,28677c + 0,001 \cdot 192,67455c + 0,002 \cdot 160,03200c + 0,013 \cdot 143,88276c \\
&+ 0,286 \cdot 143,47076c + 0,043 \cdot 142,69620c + 0,018 \cdot 166,94400c \\
&+ 0,002 \cdot 160,03200c + 0,002 \cdot 185,40425c + 0,018 \cdot 131,78844c \\
&\cong 142,43261c \text{ PLN},
\end{aligned} \tag{5.58}$$

Analogicznie jak w przypadku portowej bazy paliw, procedura minimalizacji jest przeprowadzona dla podzbioru $\{2, 3, 4\}$. Wyznaczone prawdopodobieństwa są potem wykorzystywane w pozostałych podzbiorach. Zatem, odpowiadające powyższej minimalnej wartości oczekiwanej optymalne wartości oczekiwane całkowitego kosztu eksploatacji systemu technicznego promu w podzbiorach stanów bezpieczeństwa $\{1, 2, 3, 4\}$, $\{3, 4\}$ i $\{4\}$ wynoszą odpowiednio:

$$\begin{aligned} \dot{C}(\geq 2) &\cong 0,056 \cdot 158,54268c + 0,001 \cdot 233,11940c + 0,018 \cdot 201,70440c + 0,027 \cdot 174,64680c \\ &+ 0,419 \cdot 174,63341c + 0,018 \cdot 205,94382c + 0,002 \cdot 224,36720c + 0,018 \cdot 143,48293c \\ &+ 0,056 \cdot 143,48293c + 0,001 \cdot 233,11940c + 0,002 \cdot 193,22400c + 0,013 \cdot 175,25244c \\ &\quad + 0,286 \cdot 174,63341c + 0,043 \cdot 173,6889c + 0,018 \cdot 201,70440c \\ &\quad + 0,002 \cdot 193,23000c + 0,002 \cdot 224,36720c + 0,018 \cdot 158,54268c \\ &\cong 173,03378c \text{ PLN}, \end{aligned} \quad (5.59)$$

$$\begin{aligned} \dot{C}(3) &\cong 0,056 \cdot 114,26073c + 0,001 \cdot 172,45720c + 0,018 \cdot 149,46360c + 0,027 \cdot 128,37096c \\ &+ 0,419 \cdot 128,35757c + 0,018 \cdot 151,57044c + 0,002 \cdot 167,98395c + 0,018 \cdot 105,17926c \\ &+ 0,056 \cdot 105,17926c + 0,001 \cdot 172,45720c + 0,002 \cdot 143,51160c + 0,013 \cdot 128,73455c \\ &\quad + 0,286 \cdot 128,35757c + 0,043 \cdot 127,66335c + 0,018 \cdot 149,46360c \\ &\quad + 0,002 \cdot 143,51160c + 0,002 \cdot 167,98395c + 0,018 \cdot 114,26073c \\ &\cong 127,05959c \text{ PLN}, \end{aligned} \quad (5.60)$$

$$\begin{aligned} \dot{C}(4) &\cong 0,056 \cdot 103,78893c + 0,001 \cdot 154,53230c + 0,018 \cdot 133,81440c + 0,027 \cdot 114,86766c \\ &+ 0,419 \cdot 114,85530c + 0,018 \cdot 135,67023c + 0,002 \cdot 149,12815c + 0,018 \cdot 93,92529c \\ &+ 0,056 \cdot 93,92529c + 0,001 \cdot 154,53230c + 0,002 \cdot 128,71440c + 0,013 \cdot 115,19108c \\ &\quad + 0,286 \cdot 114,85530c + 0,043 \cdot 114,23730c + 0,018 \cdot 133,81440c \\ &\quad + 0,002 \cdot 128,71440c + 0,002 \cdot 149,12815c + 0,018 \cdot 103,78893c \\ &\cong 113,79477c \text{ PLN}. \end{aligned} \quad (5.61)$$

Optymalne wartości całkowitych kosztów eksploatacji promu w poszczególnych stanach bezpieczeństwa 1, 2, 3, 4 wynoszą w PLN odpowiednio:

$$\begin{aligned} \dot{C}(1) &\cong 173,03378c - 142,43261c \cong 30,60117c, \quad \dot{C}(2) \cong 142,43261c - 127,05959c \cong 15,37302c \\ \dot{C}(3) &\cong 127,05959c - 113,79477c \cong 13,26482c, \quad \dot{C}(4) \cong 113,79477c. \end{aligned} \quad (5.62)$$

Analizowane koszty po optymalizacji są niższe niż przed nią, co możemy zauważyć dzięki porównaniu wyników (3.26)-(3.29) uzyskanych przed optymalizacją z wynikami (5.58)-(5.61) uzyskanymi po optymalizacji.

6 ŁĄCZNA OPTIMALIZACJA KOSZTU EKSPLOATACJI I BEZPIECZEŃSTWA GENERYCZNEGO SYSTEMU

6.1 Bezpieczeństwo systemu przy optymalnym koszcie eksploatacji

W celu przeprowadzenia łącznej optymalizacji kosztu eksploatacji systemu i jego bezpieczeństwa, zostanie zaproponowana procedura wyznaczenia optymalnych wartości granicznych chwilowych prawdopodobieństw przebywania procesu $Z(t)$ w poszczególnych stanach z_b , $b = 1, 2, \dots, \nu$, Procedura ta pozwoli znaleźć minimalny całkowity koszt eksploatacji w ustalonym przedziale czasu lub minimalny całkowity koszt eksploatacji w podzbiorze stanów bezpieczeństwa nie gorszych niż stan krytyczny oraz optymalne koszty eksploatacji w pozostałych podzbiorach stanów bezpieczeństwa. Następnie, aby znaleźć warunkowe wskaźniki bezpieczeństwa systemu, zakładając minimalny całkowity koszt eksploatacji w ustalonym przedziale czasu lub alternatywnie minimalny całkowity koszt eksploatacji w podzbiorze stanów bezpieczeństwa nie gorszych niż stan krytyczny, zastępujemy prawdopodobieństwa chwilowe p_b , $b = 1, 2, \dots, \nu$, występujące we wzorach (2.15)-(2.23) ich optymalnymi wartościami \hat{p}_b , $b = 1, 2, \dots, \nu$, występującymi we wzorze (4.15) lub odpowiednio (4.33).

6.2 Koszt eksploatacji systemu przy optymalnym bezpieczeństwie

W celu przeprowadzenia łącznej optymalizacji bezpieczeństwa systemu i kosztów jego eksploatacji zostanie zaproponowana procedura wyznaczenia optymalnych wartości granicznych prawdopodobieństw chwilowych \hat{p}_b , $b = 1, 2, \dots, \nu$, przebywania procesu $Z(t)$ w poszczególnych stanach eksploatacyjnych z_b , $b = 1, 2, \dots, \nu$. Procedura ta pozwoli na znalezienie maksymalnego oczekiwanego czasu przebywania systemu w podzbiorze stanów bezpieczeństwa nie gorszych niż stan krytyczny oraz odpowiadających mu optymalnych wartości pozostałych wskaźników bezpieczeństwa systemu, poprzez zastosowanie ogólnego modelu bezpieczeństwa systemu oraz modelu optymalizacji bezpieczeństwa systemu, zdefiniowanego w [Kołowrocki, Magryta-Mut, 2021b]. W kontekście analizy bezpieczeństwa systemu, znalezienie maksymalnego oczekiwanego czasu przebywania w podzbiorze stanów bezpieczeństwa nie gorszych niż stan krytyczny odgrywa kluczową rolę z perspektywy wielu aspektów zarządzania systemem. Traktowany może być jako jedna z miar bezpieczeństwa. Dłuższy czas utrzymania systemu w bezpiecznych warunkach jest istotny, zwłaszcza w przypadku systemów krytycznych, gdzie zapewnienie bezpieczeństwa jest priorytetem. Dodatkowo, identyfikacja obszarów systemu wymagających dodatkowego zabezpieczenia czy uwagi jest możliwa dzięki analizie oczekiwanego czasu przebywania. Oczekiwany czas przebywania stanowi również istotny parametr decyzyjny w procedurze optymalizacji kosztów i bezpieczeństwa. Znajac tę wartość, można także bardziej efektywnie planować konserwację i utrzymanie systemu, co przekłada się na potencjalne wydłużenie jego żywotności oraz obniżenie kosztów napraw i konserwacji.

Następnie, znajdujemy warunkowy całkowity koszt eksploatacji w ustalonym przedziale czasu oraz warunkowe całkowite koszty eksploatacji w podzbiorach stanów bezpieczeństwa, gdzie w obu przypadkach, warunkiem jest maksymalne bezpieczeństwo. W tym celu zastępujemy graniczne prawdopodobieństwa chwilowe p_b , $b = 1, 2, \dots, \nu$, występujące we wzorze (2.13) lub odpowiednio (2.37) przez ich optymalne wartości \hat{p}_b , $b = 1, 2, \dots, \nu$, występujące we wzorze na maksymalny średni czas przebywania systemu w podzbiorze stanów bezpieczeństwa nie gorszych niż stan krytyczny, a także we wzorach na pozostałe optymalne wskaźniki bezpieczeństwa systemu.

7 ŁĄCZNA OPTYMALIZACJA KOSZTU EKSPLOATACJI I BEZPIECZEŃSTWA PORTOWEJ BAZY PALIW ORAZ SYSTEMU TECHNICZNEGO PROMU MORSKIEGO

7.1 Bezpieczeństwo systemu przy minimalnym koszcie

7.1.1 Bezpieczeństwo bazy paliw przy minimalnym koszcie eksploatacji

7.1.1.1 Bezpieczeństwo bazy paliw przy minimalnym koszcie eksploatacji w danym przedziale czasu

Wyznamy teraz warunkowe charakterystyki bezpieczeństwa portowej bazy paliw, gdzie warunkiem jest minimalny koszt jej eksploatacji w danym przedziale czasu. W tym celu zastosujemy procedurę opisaną w podrozdziale 6.1.

W kolejnych krokach zostaną wyznaczone:

- warunkowa funkcja bezpieczeństwa,
- warunkowe oczekiwane czasy przebywania w podzbiorach stanów bezpieczeństwa,
- warunkowe oczekiwane czasy przebywania w osobnych stanach bezpieczeństwa,
- warunkowa funkcja ryzyka,
- moment, w którym warunkowa funkcja ryzyka przekroczy dozwolony poziom,
- warunkowe przybliżone intensywności starzenia się,
- warunkowe współczynniki wpływu procesu eksploatacji na bezpieczeństwo,
- warunkowy współczynnik odporności.

W rozdziale 5 wyznaczyliśmy optymalne wartości chwilowych prawdopodobieństw przebywania systemu w poszczególnych stanach eksploatacyjnych z_b , $b = 1, 2, \dots, 7$, określone przez (5.13):

$$\dot{p}_1 = 0,46, \dot{p}_2 = 0,08, \dot{p}_3 = 0,002, \dot{p}_4 = 0,001, \dot{p}_5 = 0,15, \dot{p}_6 = 0,04, \dot{p}_7 = 0,267. \quad (7.1)$$

Minimalizują one oczekiwany całkowity koszt eksploatacji bazy paliw w danym przedziale czasu i wyznaczają jego minimalną wartość określoną w (5.14).

Warunkowa funkcja bezpieczeństwa bazy paliw określona jest wektorem

$$\mathbf{S}(t, \cdot) = [\mathbf{S}(t, 1), \mathbf{S}(t, 2)], \quad t \geq 0. \quad (7.2)$$

Zgodnie z [Kołowrocki, Magryta-Mut, 2021b] oraz biorąc pod uwagę prawdopodobieństwa chwilowe podane w (7.1), współrzędne wektora $\mathbf{S}(t, \cdot)$ wyrażają się wzorem:

$$\begin{aligned} \mathbf{S}(t, 1) &= 0,46 \cdot [\mathbf{S}(t, 1)]^{(1)} + 0,08 \cdot [\mathbf{S}(t, 1)]^{(2)} + 0,002 \cdot [\mathbf{S}(t, 1)]^{(3)} + 0,001 \cdot [\mathbf{S}(t, 1)]^{(4)} \\ &\quad + 0,15 \cdot [\mathbf{S}(t, 1)]^{(5)} + 0,04 \cdot [\mathbf{S}(t, 1)]^{(6)} + 0,267 \cdot [\mathbf{S}(t, 1)]^{(7)}, \quad t \geq 0, \\ \mathbf{S}(t, 2) &= 0,46 \cdot [\mathbf{S}(t, 2)]^{(1)} + 0,08 \cdot [\mathbf{S}(t, 2)]^{(2)} + 0,002 \cdot [\mathbf{S}(t, 2)]^{(3)} + 0,001 \cdot [\mathbf{S}(t, 2)]^{(4)} \\ &\quad + 0,15 \cdot [\mathbf{S}(t, 2)]^{(5)} + 0,04 \cdot [\mathbf{S}(t, 2)]^{(6)} + 0,267 \cdot [\mathbf{S}(t, 2)]^{(7)}, \quad t \geq 0. \end{aligned} \quad (7.3)$$

Natomiast wyrażenia określające $[\mathcal{S}(t, u)]^{(b)}$, $t \geq 0$, $u = 1, 2$, $b = 1, 2, \dots, 7$, są następujące:

$$\begin{aligned}
[\mathcal{S}(t, 1)]^{(1)} &= \exp[-0, 12371t], [\mathcal{S}(t, 2)]^{(1)} = \exp[-0, 193913t], \\
[\mathcal{S}(t, 1)]^{(2)} &= \exp[-0, 12246t], [\mathcal{S}(t, 2)]^{(2)} = \exp[-0, 191913t], \\
[\mathcal{S}(t, 1)]^{(3)} &= \exp[-0, 131548t], [\mathcal{S}(t, 2)]^{(3)} = \exp[-0, 206087t], \\
[\mathcal{S}(t, 1)]^{(4)} &= \exp[-0, 146885t], [\mathcal{S}(t, 2)]^{(4)} = \exp[-0, 230261t], \\
[\mathcal{S}(t, 1)]^{(5)} &= \exp[-0, 131548t], [\mathcal{S}(t, 2)]^{(5)} = \exp[-0, 206087t], \\
[\mathcal{S}(t, 1)]^{(6)} &= \exp[-0, 146885t], [\mathcal{S}(t, 2)]^{(6)} = \exp[-0, 230261t], \\
[\mathcal{S}(t, 1)]^{(7)} &= \exp[-0, 12496t], [\mathcal{S}(t, 2)]^{(7)} = \exp[-0, 195913t].
\end{aligned} \tag{7.4}$$

Biorąc pod uwagę czasy przebywania systemu w poszczególnych stanach eksploatacyjnych, wyznaczone zgodnie ze wzorem (2.31) i podane w [Kołowrocki, Magryta-Mut, 2021b], warunkowe oczekiwane czasy przebywania bazy paliw w podzbiorach stanów bezpieczeństwa $\{1, 2\}$, $\{2\}$, wyrażone w latach wynoszą odpowiednio:

$$\begin{aligned}
\mu(\geq 1) &= 0,31 \cdot 8,08342 + 0,08 \cdot 8,16593 + 0,006 \cdot 7,60179 + 0,004 \cdot 6,80805 \\
&\quad + 0,26 \cdot 7,60179 + 0,08 \cdot 6,8805 + 0,26 \cdot 8,00256 \cong 7,94293,
\end{aligned} \tag{7.5}$$

$$\begin{aligned}
\mu(2) &= 0,31 \cdot 5,15695 + 0,08 \cdot 5,21069 + 0,006 \cdot 4,85232 + 0,004 \cdot 4,34292 \\
&\quad + 0,26 \cdot 4,85232 + 0,08 \cdot 4,3429 + 0,26 \cdot 5,10431 \cong 5,067515.
\end{aligned} \tag{7.6}$$

Warunkowe oczekiwane czasy przebywania bazy paliw w osobnych stanach bezpieczeństwa 1, 2, w ustalonym okresie eksploatacji, wyrażone w latach wynoszą odpowiednio:

$$\bar{\mu}(\geq 1) = \mu(\geq 1) - \mu(2) = 2,875419, \quad \bar{\mu}(2) = \mu(2) = 5,067515. \tag{7.7}$$

Ponieważ krytycznym stanem bezpieczeństwa jest stan $r = 1$, warunkowa funkcja ryzyka przyjmuje postać

$$r(t) = 1 - \mathcal{S}(t, 1) \text{ dla } t \geq 0, \tag{7.8}$$

gdzie $\mathcal{S}(t, 1)$ określona jest wzorem (7.3).

Stąd, moment, w którym warunkowa funkcja ryzyka systemu przekroczy dozwolony poziom $\delta = 0,05$, wynosi

$$\tau = r^{-1}(\delta) \cong 0,407 \text{ roku}. \tag{7.9}$$

Warunkowe przybliżone intensywności starzenia się bazy paliw wynoszą odpowiednio:

$$\lambda(\geq 1) = 0,125898, \quad \lambda(2) = 0,197335. \tag{7.10}$$

Warunkowe współczynniki wpływu procesu eksploatacji na bezpieczeństwo bazy paliw wynoszą:

$$\rho(\geq 1) = 1,10164, \quad \rho(2) = 1,10086. \tag{7.11}$$

Warunkowy współczynnik odporności bazy paliw wynosi

$$RI(\geq 1) = 1/\rho(\geq 1) = 0,9204 = 92,04\%. \tag{7.12}$$

Wyznaczone powyżej wartości można wykorzystać do opracowania strategii zarządzania i optymalizacji portowej bazy paliw, które uwzględniają zarówno koszty eksploatacji, jak i bezpieczeństwo. Mogą również pomóc w określeniu, które elementy systemu wymagają szczególnej uwagi lub modernizacji, aby utrzymać pożądany poziom wydajności i bezpieczeństwa.

7.1.1.2 Bezpieczeństwo bazy paliw przy minimalnym koszcie eksploatacji w danym podzbiorze stanów bezpieczeństwa

Wyznamy teraz warunkowe charakterystyki bezpieczeństwa portowej bazy paliw dotyczące przebywania w wybranych podzbiórach stanów bezpieczeństwa, gdzie warunkiem jest minimalny koszt jej eksploatacji w danym podzbiorze stanów bezpieczeństwa. W tym celu zastosujemy procedurę opisaną w podrozdziale 6.1. Charakterystyki wyznaczone w 7.1.1.2. różnią się warunkiem od tych wyznaczonych w 7.1.1.1. W podrozdziale 7.1.1.1. wyznaczamy bezpieczeństwo bazy paliw przy minimalnym koszcie eksploatacji w danym przedziale czasu, zaś w 7.1.1.2. wyznaczamy bezpieczeństwo bazy paliw przy minimalnym koszcie eksploatacji w danym podzbiorze stanów bezpieczeństwa. Akurat w przypadku portowej bazy paliw prawdopodobieństwa wyznaczone dzięki procedurze optymalizacji są takie same w obu modelach optymalizacji kosztów, przez co charakterystyki bezpieczeństwa przyjmują takie same wartości.

Analogicznie jak w poprzednim podrozdziale w kolejnych krokach zostaną wyznaczone:

- warunkowa funkcja bezpieczeństwa,
- warunkowe oczekiwane czasy przebywania w podzbiórach stanów bezpieczeństwa,
- warunkowe oczekiwane czasy przebywania w osobnych stanach bezpieczeństwa,
- warunkowa funkcja ryzyka,
- moment, w którym warunkowa funkcja ryzyka przekroczy dozwolony poziom,
- warunkowe przybliżone intensywności starzenia się,
- warunkowe współczynniki wpływu procesu eksploatacji na bezpieczeństwo,
- warunkowy współczynnik odporności.

W rozdziale 5 wyznaczyliśmy optymalne wartości chwilowych prawdopodobieństw przebywania systemu w poszczególnych stanach eksploatacyjnych z_b , $b = 1, 2, \dots, 7$, określone przez (5.28):

$$\dot{p}_1 = 0,46, \dot{p}_2 = 0,08, \dot{p}_3 = 0,002, \dot{p}_4 = 0,001, \dot{p}_5 = 0,15, \dot{p}_6 = 0,04, \dot{p}_7 = 0,267. \quad (7.13)$$

Minimalizują one oczekiwany całkowity koszt eksploatacji bazy paliw w podzbiorze stanów bezpieczeństwa $\{1, 2\}$.

Warunkowa funkcja bezpieczeństwa bazy paliw określona jest wektorem

$$\mathbf{S}(t, \cdot) = [\mathbf{S}(t, 1), \mathbf{S}(t, 2)], \quad t \geq 0. \quad (7.14)$$

Zgodnie z [Kołowrocki, Magryta-Mut, 2021b] oraz biorąc pod uwagę prawdopodobieństwa chwilowe podane w (7.13), współrzędne wektora $\mathbf{S}(t, \cdot)$ wyrażają się wzorem:

$$\begin{aligned} \mathbf{S}(t, 1) = & 0,46 \cdot [\mathbf{S}(t, 1)]^{(1)} + 0,08 \cdot [\mathbf{S}(t, 1)]^{(2)} + 0,002 \cdot [\mathbf{S}(t, 1)]^{(3)} + 0,001 \cdot [\mathbf{S}(t, 1)]^{(4)} \\ & + 0,15 \cdot [\mathbf{S}(t, 1)]^{(5)} + 0,04 \cdot [\mathbf{S}(t, 1)]^{(6)} + 0,267 \cdot [\mathbf{S}(t, 1)]^{(7)}, \quad t \geq 0, \end{aligned} \quad (7.15)$$

$$\begin{aligned} \mathbf{S}(t, 2) = & 0,46 \cdot [\mathbf{S}(t, 2)]^{(1)} + 0,08 \cdot [\mathbf{S}(t, 2)]^{(2)} + 0,002 \cdot [\mathbf{S}(t, 2)]^{(3)} + 0,001 \cdot [\mathbf{S}(t, 2)]^{(4)} \\ & + 0,15 \cdot [\mathbf{S}(t, 2)]^{(5)} + 0,04 \cdot [\mathbf{S}(t, 2)]^{(6)} + 0,267 \cdot [\mathbf{S}(t, 2)]^{(7)}, \quad t \geq 0, \end{aligned} \quad (7.16)$$

gdzie $[S(t, u)]^{(b)}$, $t \geq 0$, $u = 1, 2, \dots, b = 1, 2, \dots, 7$, podane są (7.4).

Warunkowe oczekiwane czasy przebywania bazy paliw w podzbiorach stanów bezpieczeństwa $\{1, 2\}$, $\{2\}$, wyrażone w latach wynoszą odpowiednio:

$$\begin{aligned} \mu(\geq 1) &= 0,31 \cdot 8,08342 + 0,08 \cdot 8,16593 + 0,006 \cdot 7,60179 + 0,004 \cdot 6,80805 \\ &+ 0,26 \cdot 7,60179 + 0,08 \cdot 6,8805 + 0,26 \cdot 8,00256 \cong 7,94293, \end{aligned} \quad (7.17)$$

$$\begin{aligned} \mu(2) &= 0,31 \cdot 5,15695 + 0,08 \cdot 5,21069 + 0,006 \cdot 4,85232 + 0,004 \cdot 4,34292 \\ &+ 0,26 \cdot 4,85232 + 0,08 \cdot 4,3429 + 0,26 \cdot 5,10431 \cong 5,067515. \end{aligned} \quad (7.18)$$

Warunkowe oczekiwane czasy przebywania bazy paliw w osobnych stanach bezpieczeństwa 1, 2, w ustalonym okresie eksploatacji, wyrażone w latach wynoszą odpowiednio:

$$\bar{\mu}(\geq 1) = \mu(\geq 1) - \mu(2) = 2,875419, \quad \bar{\mu}(2) = \mu(2) = 5,067515. \quad (7.19)$$

Ponieważ krytycznym stanem bezpieczeństwa jest stan $r = 1$, warunkowa funkcja ryzyka przyjmuje postać

$$r(t) = 1 - S(t, 1) \text{ dla } t \geq 0, \quad (7.20)$$

gdzie $S(t, 1)$ określona jest wzorem (7.15).

Stąd, moment, w którym warunkowa funkcja ryzyka systemu przekroczy dozwolony poziom $\delta = 0,05$, wynosi

$$\tau = r^{-1}(\delta) \cong 0,407 \text{ roku.} \quad (7.21)$$

Warunkowe przybliżone intensywności starzenia się bazy paliw wynoszą odpowiednio:

$$\lambda(\geq 1) = 0,125898, \quad \lambda(2) = 0,197335. \quad (7.22)$$

Warunkowe współczynniki wpływu procesu eksploatacji na bezpieczeństwo bazy paliw wynoszą:

$$\rho(\geq 1) = 1,10164, \quad \rho(2) = 1,10086. \quad (7.23)$$

Warunkowy współczynnik odporności bazy paliw wynosi

$$RI(\geq 1) = 1/\rho(\geq 1) = 0,9204 = 92,04\%. \quad (7.24)$$

Wyznaczone powyżej wartości można wykorzystać do opracowania strategii zarządzania i optymalizacji portowej bazy paliw, które uwzględniają zarówno koszty eksploatacji, jak i bezpieczeństwo. Mogą również pomóc w określeniu, które elementy systemu wymagają szczególnej uwagi lub modernizacji, aby utrzymać pożądaną poziom wydajności i bezpieczeństwa.

7.1.1.3 Omówienie wyników

Uzyskany w rozdziale 5 minimalny całkowity koszt eksploatacji portowej bazy paliw, wyznaczony w (5.14), jest znacznie niższy niż całkowity koszt jej eksploatacji przed optymalizacją bezpieczeństwa. Natomiast wartości warunkowych wskaźników bezpieczeństwa bazy paliw przy minimalnym koszcie eksploatacji są nieznacznie gorsze niż te przed optymalizacją bezpieczeństwa i takie same jak wartości wyznaczone po optymalizacji bezpieczeństwa. Tak więc, jeśli preferujemy niższe koszty eksploatacji bazy paliw, a nie zapewnienie jej wysokiego bezpieczeństwa, możemy zmodyfikować proces eksploatacji bazy, zastępując graniczne prawdopodobieństwa chwilowe p_b , $b = 1, 2, \dots, 7$, przebywania procesu $Z(t)$ w

stanach eksploatacyjnych przed optymalizacją kosztu eksploatacji, wartościami bliskimi do ich wartości optymalnych \hat{p}_b , $b = 1, 2, \dots, 7$, uzyskanymi w wyniku optymalizacji tego kosztu. W praktyce, możliwe jest modyfikowanie procesu eksploatacji systemu poprzez zastępowanie granicznych prawdopodobieństw chwilowych występujących we wzorze na średni czas przebywania procesu eksploatacji $Z(t)$ w poszczególnych stanach [Kołowrocki, Magryta-Mut, 2020] ich wartościami optymalnymi.

Wobec powyższego, chcąc zmodyfikować proces eksploatacji bazy paliw, wykorzystując formułę [Kołowrocki, Magryta-Mut, 2020]

$$\hat{M}_b = E[\hat{\theta}_b] = p_b \theta, \quad b = 1, 2, \dots, \nu, \quad (7.25)$$

oraz graniczne prawdopodobieństwa chwilowe

$$p_1 = 0,395, p_2 = 0,060, p_3 = 0,003, p_4 = 0,002, p_5 = 0,20, p_6 = 0,058, p_7 = 0,282;$$

obliczamy oczekiwany czas przebywania procesu $Z(t)$ w poszczególnych stanach dla okresu eksploatacji $\theta = 1 \text{ rok} = 365 \text{ dni}$:

$$M_1 = E[\hat{\theta}_1] = 0,395 \text{ roku} = 144,2 \text{ dnia}, M_2 = E[\hat{\theta}_2] = 0,060 \text{ roku} = 21,9 \text{ dnia},$$

$$M_3 = E[\hat{\theta}_3] = 0,003 \text{ roku} = 1,1 \text{ dnia}, M_4 = E[\hat{\theta}_4] = 0,002 \text{ roku} = 0,7 \text{ dnia},$$

$$M_5 = E[\hat{\theta}_5] = 0,20 \text{ roku} = 73 \text{ dni}, M_6 = E[\hat{\theta}_6] = 0,058 \text{ roku} = 21,2 \text{ dnia},$$

$$M_7 = E[\hat{\theta}_7] = 0,282 \text{ roku} = 102,93 \text{ dnia}.$$

Następnie, po optymalizacji całkowitych kosztów eksploatacji systemu z użyciem formuły [Kołowrocki, Magryta-Mut, 2020]

$$\hat{M}_b = \hat{p}_b \cdot \theta, \quad b = 1, 2, \dots, 7, \quad (7.26)$$

i optymalnych granicznych prawdopodobieństw chwilowych (7.1), otrzymujemy następujący oczekiwany czas przebywania procesu $Z(t)$ w poszczególnych stanach dla okresu eksploatacji $\theta = 1 \text{ rok} = 365 \text{ dni}$. Czas ten wyrażony w dniach wynosi:

$$\hat{M}_1 = 113,15, \hat{M}_2 = 29,2, \hat{M}_3 = 2,19, \hat{M}_4 = 1,46,$$

$$\hat{M}_5 = 94,9, \hat{M}_6 = 29,2, \hat{M}_7 = 94,9. \quad (7.27)$$

Analogiczne rachunki można wykonać dla okresu eksploatacji systemu $\theta = 1 \text{ miesiąc} = 30 \text{ dni} = 720 \text{ godzin}$. Oczekiwane czasy przebywania procesu $Z(t)$ w poszczególnych stanach, wyrażone w godzinach wynoszą:

$$\hat{M}_1 = 284,4, \hat{M}_2 = 43,2, \hat{M}_3 = 2,16, \hat{M}_4 = 1,44.$$

$$\hat{M}_5 = 1,44, \hat{M}_6 = 41,76, \hat{M}_7 = 203,04. \quad (7.28)$$

Natomiast oczekiwane czasy przebywania zoptymalizowanego procesu $Z(t)$ w poszczególnych stanach wyrażone w godzinach wynoszą:

$$\hat{M}_1 = 223,2, \hat{M}_2 = 57,6, \hat{M}_3 = 4,32, \hat{M}_4 = 2,88,$$

$$\hat{M}_5 = 187,2, \hat{M}_6 = 57,6, \hat{M}_7 = 187,2, \quad (7.29)$$

Procedurę modyfikacji działania bazy paliw można przeprowadzić dla innych niż wymienione powyżej okresów eksploatacji, czyli 1 miesiąc i 1 rok, w zależności od preferencji operatora systemu. Głównym celem tych działań jest osiągnięcie najefektywniejszych wartości całkowitych czasów eksploatacji systemu w poszczególnych stanach eksploatacji, które zapewnią minimalizację całkowitych kosztów eksploatacji systemu.

7.1.2 Bezpieczeństwo promu przy minimalnym koszcie eksploatacji

7.1.2.1 Bezpieczeństwo promu przy minimalnym koszcie eksploatacji w danym przedziale czasu

Wyznamy teraz warunkowe charakterystyki bezpieczeństwa promu, gdzie warunkiem jest minimalny całkowity koszt jego eksploatacji w danym przedziale czasu, W tym celu zastosujemy procedurę opisaną w podrozdziale 6.1.

W kolejnych krokach zostaną wyznaczone:

- warunkowa funkcja bezpieczeństwa,
- warunkowe oczekiwane czasy przebywania w podzbiorach stanów bezpieczeństwa,
- warunkowe oczekiwane czasy przebywania w osobnych stanach bezpieczeństwa,
- warunkowa funkcja ryzyka,
- moment, w którym warunkowa funkcja ryzyka przekroczy dozwolony poziom,
- warunkowe przybliżone intensywności starzenia się,
- warunkowe współczynniki wpływu procesu eksploatacji na bezpieczeństwo,
- warunkowy współczynnik odporności.

W rozdziale 5 wyznaczyliśmy optymalne wartości chwilowych prawdopodobieństw przebywania systemu w poszczególnych stanach eksploatacyjnych z_b , $b = 1, 2, \dots, 18$, określone przez (5.43):

$$\begin{aligned} \dot{p}_1 &= 0,056, \dot{p}_2 = 0,002, \dot{p}_3 = 0,027, \dot{p}_4 = 0,056, \dot{p}_5 = 0,286, \dot{p}_6 = 0,024, \dot{p}_7 = 0,018, \\ \dot{p}_8 &= 0,018, \dot{p}_9 = 0,056, \dot{p}_{10} = 0,003, \dot{p}_{11} = 0,004, \dot{p}_{12} = 0,024, \dot{p}_{13} = 0,33, \\ \dot{p}_{14} &= 0,043, \dot{p}_{15} = 0,024, \dot{p}_{16} = 0,004, \dot{p}_{17} = 0,007, \dot{p}_{18} = 0,018. \end{aligned} \quad (7.30)$$

Minimalizują one oczekiwany całkowity koszt eksploatacji promu w danym przedziale czasu i wyznaczają jego minimalną wartość określoną w (5.44).

Warunkowa funkcja bezpieczeństwa bazy paliw określona jest wektorem

$$\mathbf{S}(t, \cdot) = [\mathbf{S}(t, 1), \mathbf{S}(t, 2), \mathbf{S}(t, 3), \mathbf{S}(t, 4)], \quad t \geq 0. \quad (7.31)$$

Zgodnie z [Kołowrocki, Magryta-Mut, 2021b] oraz biorąc pod uwagę prawdopodobieństwa chwilowe podane w (7.30), współrzędne wektora $\mathbf{S}(t, \cdot)$ wyrażają się wzorem:

$$\mathbf{S}(t, 1) \cong \sum_{b=1}^{18} \dot{p}_b [\mathbf{S}(t, 1)]^b, \quad t \geq 0, \quad (7.32)$$

$$\mathbf{S}(t, 2) \cong \sum_{b=1}^{18} \dot{p}_b [\mathbf{S}(t, 2)]^b, \quad t \geq 0, \quad (7.33)$$

$$\mathbf{S}(t, 3) \cong \sum_{b=1}^{18} \dot{p}_b [\mathbf{S}(t, 3)]^b, \quad t \geq 0, \quad (7.34)$$

$$\mathcal{S}(t, 4) \cong \sum_{b=1}^{18} \dot{p}_b [\mathcal{S}(t, 4)]^b, \quad t \geq 0. \quad (7.35)$$

Natomiast wyrażenia określające $[\mathcal{S}(t, u)]^{(b)}$, $t \geq 0$, $u = 1, 2, 3, 4$, $b = 1, 2, \dots, 18$, ze względu na swoją złożoność podane są w [Kołowrocki, Magryta-Mut, 2020].

Warunkowe wartości oczekiwane oraz odchylenia standardowe czasów przebywania promu w podzbiorach stanów bezpieczeństwa $\{1, 2, 3, 4\}$, $\{2, 3, 4\}$, $\{3, 4\}$, $\{4\}$, wynoszą odpowiednio:

$$\begin{aligned} \mu(\geq 1) &\cong 0,056 \cdot 1,70476 + 0,002 \cdot 1,60772 + 0,027 \cdot 1,68087 + 0,056 \cdot 1,6956 \\ &+ 0,286 \cdot 1,69547 + 0,024 \cdot 1,67434 + 0,018 \cdot 1,54736 + 0,018 \cdot 1,72871 \\ &+ 0,056 \cdot 1,72871 + 0,003 \cdot 1,60772 + 0,004 \cdot 1,6102 + 0,024 \cdot 1,70148 \\ &+ 0,33 \cdot 1,69547 + 0,043 \cdot 1,6863 + 0,024 \cdot 1,68087 + 0,004 \cdot 1,61025 \\ &+ 0,007 \cdot 1,54736 + 0,018 \cdot 1,70476 \cong 1,6923, \end{aligned} \quad (7.36)$$

$$\sigma(\geq 1) \cong 1,66647, \quad (7.37)$$

$$\begin{aligned} \mu(\geq 2) &\cong 0,056 \cdot 1,41708 + 0,002 \cdot 1,32879 + 0,027 \cdot 1,3912 + 0,056 \cdot 1,39303 \\ &+ 0,286 \cdot 1,39292 + 0,024 \cdot 1,37699 + 0,018 \cdot 1,27865 + 0,018 \cdot 1,43719 \\ &+ 0,056 \cdot 1,43719 + 0,003 \cdot 1,32879 + 0,004 \cdot 1,3336 + 0,024 \cdot 1,39692 \\ &+ 0,33 \cdot 1,39292 + 0,043 \cdot 1,3854 + 0,024 \cdot 1,3912 + 0,004 \cdot 1,3336 \\ &+ 0,007 \cdot 1,27865 + 0,018 \cdot 1,41708 \cong 1,39364, \end{aligned} \quad (7.38)$$

$$\sigma(\geq 2) \cong 1,37597, \quad (7.39)$$

$$\begin{aligned} \mu(\geq 3) &\cong 0,056 \cdot 1,22861 + 0,002 \cdot 1,18936 + 0,027 \cdot 1,24553 + 0,056 \cdot 1,24632 \\ &+ 0,286 \cdot 1,24619 + 0,024 \cdot 1,23228 + 0,018 \cdot 1,15851 + 0,018 \cdot 1,26722 \\ &+ 0,056 \cdot 1,26722 + 0,003 \cdot 1,18936 + 0,004 \cdot 1,19593 + 0,024 \cdot 1,24985 \\ &+ 0,33 \cdot 1,24619 + 0,043 \cdot 1,23945 + 0,024 \cdot 1,24553 + 0,004 \cdot 1,19593 \\ &+ 0,007 \cdot 1,15851 + 0,018 \cdot 1,22861 \cong 1,243, \end{aligned} \quad (7.40)$$

$$\sigma(\geq 3) \cong 1,22944, \quad (7.41)$$

$$\begin{aligned} \mu(4) &\cong 0,056 \cdot 1,11601 + 0,002 \cdot 1,06574 + 0,027 \cdot 1,11512 + 0,056 \cdot 1,11522 \\ &+ 0,286 \cdot 1,1151 + 0,024 \cdot 1,10301 + 0,018 \cdot 1,02847 + 0,018 \cdot 1,13163 \\ &+ 0,056 \cdot 1,13163 + 0,003 \cdot 1,06574 + 0,004 \cdot 1,07262 + 0,024 \cdot 1,11836 \\ &+ 0,33 \cdot 1,1151 + 0,043 \cdot 1,1091 + 0,024 \cdot 1,11512 + 0,004 \cdot 1,07262 \\ &+ 0,007 \cdot 1,02847 + 0,018 \cdot 1,11601 \cong 1,11318, \end{aligned} \quad (7.42)$$

$$\sigma(4) \cong 1,10062. \quad (7.43)$$

Warunkowe oczekiwane czasy przebywania promu w poszczególnych stanach bezpieczeństwa 1, 2, 3, 4, w ustalonym okresie eksploatacji, wynoszą odpowiednio:

$$\bar{\mu}(1) = \mu(\geq 1) - \mu(\geq 2) = 0,29866, \bar{\mu}(2) = \mu(\geq 2) - \mu(\geq 3) = 0,15064, \quad (7.44)$$

$$\bar{\mu}(3) = \mu(\geq 3) - \mu(4) = 0,12983, \bar{\mu}(4) = \mu(4) = 1,11318. \quad (7.45)$$

Ponieważ krytycznym stanem bezpieczeństwa jest stan $r = 2$, warunkowa funkcja ryzyka systemu przyjmuje postać

$$r(t) = 1 - S(t, 2) \text{ dla } t \geq 0, \quad (7.46)$$

gdzie $S(t, 2)$ określona jest wzorem (7.33),

Stąd, moment, w którym warunkowa funkcja ryzyka systemu przekroczy dozwolony poziom $\delta = 0,05$, wynosi

$$\tau = r^{-1}(\delta) \cong 0,04634 \text{ roku.} \quad (7.47)$$

Warunkowe przybliżone intensywności starzenia się promu wynoszą odpowiednio:

$$\lambda(\geq 1) = 0,59091, \lambda(\geq 2) = 0,71755, \lambda(\geq 3) = 0,8045, \lambda(4) = 0,89833. \quad (7.48)$$

Warunkowe współczynniki wpływu procesu eksploatacji na bezpieczeństwo promu wynoszą:

$$\rho(\geq 1) = 1,04591, \rho(\geq 2) = 1,0591, \rho(\geq 3) = 1,04585, \rho(\geq 4) = 1,04566. \quad (7.49)$$

Warunkowy współczynnik odporności promu wynosi

$$RI(\geq 2) = 1/\rho(\geq 2) = 0,9442 = 94,42\%. \quad (7.50)$$

Wyznaczone powyżej wartości można wykorzystać do opracowania strategii zarządzania i optymalizacji promu, które uwzględniają zarówno koszty eksploatacji, jak i bezpieczeństwo. Mogą również pomóc w określeniu, które elementy systemu wymagają szczególnej uwagi lub modernizacji, aby utrzymać pożądany poziom wydajności i bezpieczeństwa.

7.1.2.2 Bezpieczeństwo promu przy minimalnym koszcie eksploatacji w danym podzbiórze stanów bezpieczeństwa

Wyznamy teraz warunkowe charakterystyki bezpieczeństwa promu dotyczące przebywania w wybranych podzbiórach stanów bezpieczeństwa, gdzie warunkiem jest minimalny całkowity koszt jego eksploatacji w danym podzbiórze stanów bezpieczeństwa. W tym celu zastosujemy procedurę opisaną w podrozdziale 6.1. Charakterystyki wyznaczone w 7.1.2.2. różnią się warunkiem od tych wyznaczonych w 7.1.2.1. W podrozdziale 7.1.2.1. wyznaczamy bezpieczeństwo promu przy minimalnym koszcie eksploatacji w danym przedziale czasu, zaś w 7.1.2.2. wyznaczamy bezpieczeństwo promu przy minimalnym koszcie eksploatacji w danym podzbiórze stanów bezpieczeństwa.

Analogicznie jak w poprzednim podrozdziale w kolejnych krokach zostaną wyznaczone:

- warunkowa funkcja bezpieczeństwa,
- warunkowe oczekiwane czasy przebywania w podzbiórach stanów bezpieczeństwa,
- warunkowe oczekiwane czasy przebywania w osobnych stanach bezpieczeństwa,

- warunkowa funkcja ryzyka,
- moment, w którym warunkowa funkcja ryzyka przekroczy dozwolony poziom,
- warunkowe przybliżone intensywności starzenia się,
- warunkowe współczynniki wpływu procesu eksploatacji na bezpieczeństwo,
- warunkowy współczynnik odporności.

W rozdziale 5 wyznaczyliśmy optymalne wartości chwilowych prawdopodobieństw przebywania systemu w poszczególnych stanach eksploatacyjnych z_b , $b = 1, 2, \dots, 18$, określone przez (5.57):

$$\begin{aligned} \dot{p}_1 &= 0,056, \dot{p}_2 = 0,001, \dot{p}_3 = 0,018, \dot{p}_4 = 0,027, \dot{p}_5 = 0,419, \dot{p}_6 = 0,018, \dot{p}_7 = 0,002, \\ \dot{p}_8 &= 0,018, \dot{p}_9 = 0,056, \dot{p}_{10} = 0,001, \dot{p}_{11} = 0,002, \dot{p}_{12} = 0,013, \dot{p}_{13} = 0,286, \\ \dot{p}_{14} &= 0,043, \dot{p}_{15} = 0,018, \dot{p}_{16} = 0,002, \dot{p}_{17} = 0,002, \dot{p}_{18} = 0,018. \end{aligned} \quad (7.51)$$

Minimalizują one oczekiwany całkowity koszt eksploatacji promu w podzbiorze stanów bezpieczeństwa $\{2, 3, 4\}$. Warunkowa funkcja bezpieczeństwa promu określona jest wektorem

$$\mathbf{S}(t, \cdot) = [\mathbf{S}(t, 1), \mathbf{S}(t, 2), \mathbf{S}(t, 3), \mathbf{S}(t, 4)], \quad t \geq 0. \quad (7.52)$$

Zgodnie z [Kołowrocki, Magryta-Mut, 2020] oraz biorąc pod uwagę prawdopodobieństwa chwilowe podane w (7.51), współrzędne wektora $\mathbf{S}(t, \cdot)$ wyrażają się wzorem:

$$\mathbf{S}(t, 1) \cong \sum_{b=1}^{18} \dot{p}_b [\mathbf{S}(t, 1)]^b, \quad t \geq 0, \quad (7.53)$$

$$\mathbf{S}(t, 2) \cong \sum_{b=1}^{18} \dot{p}_b [\mathbf{S}(t, 2)]^b, \quad t \geq 0, \quad (7.54)$$

$$\mathbf{S}(t, 3) \cong \sum_{b=1}^{18} \dot{p}_b [\mathbf{S}(t, 3)]^b, \quad t \geq 0, \quad (7.55)$$

$$\mathbf{S}(t, 4) \cong \sum_{b=1}^{18} \dot{p}_b [\mathbf{S}(t, 4)]^b, \quad t \geq 0. \quad (7.56)$$

Natomiast wyrażenia określające $[\mathbf{S}(t, u)]^{(b)}$, $t \geq 0$, $u = 1, 2, 3, 4$, $b = 1, 2, \dots, 18$, ze względu na swoją złożoność podane są w [Kołowrocki, Magryta-Mut, 2020].

Warunkowe oczekiwane czasy przebywania promu w podzbiórach stanów bezpieczeństwa $\{1, 2, 3, 4\}$, $\{2, 3, 4\}$, $\{3, 4\}$, $\{4\}$, wyrażone w latach wynoszą odpowiednio:

$$\begin{aligned} \mu(\geq 1) &\cong 0,056 \cdot 1,70476 + 0,001 \cdot 1,60772 + 0,018 \cdot 1,68087 + 0,027 \cdot 1,6956 \\ &+ 0,419 \cdot 1,69547 + 0,018 \cdot 1,67434 + 0,002 \cdot 1,54736 + 0,018 \cdot 1,72871 \\ &+ 0,056 \cdot 1,72871 + 0,001 \cdot 1,60772 + 0,002 \cdot 1,6102 + 0,013 \cdot 1,70148 \\ &+ 0,286 \cdot 1,69547 + 0,043 \cdot 1,6863 + 0,018 \cdot 1,68087 + 0,002 \cdot 1,61025 \\ &+ 0,002 \cdot 1,54736 + 0,018 \cdot 1,70476 \cong 1,69629, \end{aligned} \quad (7.57)$$

$$\sigma(\geq 1) \cong 1,67052, \quad (7.58)$$

$$\begin{aligned} \mu(\geq 2) &\cong 0,056 \cdot 1,41708 + 0,001 \cdot 1,32879 + 0,018 \cdot 1,3912 + 0,027 \cdot 1,39303 \\ &+ 0,419 \cdot 1,39292 + 0,018 \cdot 1,37699 + 0,002 \cdot 1,27865 + 0,018 \cdot 1,43719 \\ &+ 0,056 \cdot 1,43719 + 0,001 \cdot 1,32879 + 0,002 \cdot 1,3336 + 0,013 \cdot 1,39692 \\ &+ 0,286 \cdot 1,39292 + 0,043 \cdot 1,3854 + 0,018 \cdot 1,3912 + 0,002 \cdot 1,3336 \\ &+ 0,002 \cdot 1,27865 + 0,018 \cdot 1,41708 \cong 1,39654, \end{aligned} \quad (7.59)$$

$$\sigma(\geq 2) \cong 1,37901, \quad (7.60)$$

$$\begin{aligned} \mu(\geq 3) &\cong 0,056 \cdot 1,22861 + 0,001 \cdot 1,18936 + 0,018 \cdot 1,24553 + 0,027 \cdot 1,24632 \\ &+ 0,419 \cdot 1,24619 + 0,018 \cdot 1,23228 + 0,002 \cdot 1,15851 + 0,018 \cdot 1,26722 \\ &+ 0,056 \cdot 1,26722 + 0,001 \cdot 1,18936 + 0,002 \cdot 1,19593 + 0,013 \cdot 1,24985 \\ &+ 0,286 \cdot 1,24619 + 0,043 \cdot 1,23945 + 0,018 \cdot 1,24553 + 0,002 \cdot 1,19593 \\ &+ 0,002 \cdot 1,15851 + 0,018 \cdot 1,22861 \cong 1,24527, \end{aligned} \quad (7.61)$$

$$\sigma(\geq 3) \cong 1,23182, \quad (7.62)$$

$$\begin{aligned} \mu(4) &\cong 0,056 \cdot 1,11601 + 0,001 \cdot 1,06574 + 0,018 \cdot 1,11512 + 0,027 \cdot 1,11522 \\ &+ 0,419 \cdot 1,1151 + 0,018 \cdot 1,10301 + 0,002 \cdot 1,02847 + 0,018 \cdot 1,13163 \\ &+ 0,056 \cdot 1,13163 + 0,001 \cdot 1,06574 + 0,002 \cdot 1,07262 + 0,013 \cdot 1,11836 \\ &+ 0,286 \cdot 1,1151 + 0,043 \cdot 1,1091 + 0,018 \cdot 1,11512 + 0,002 \cdot 1,07262 \\ &+ 0,002 \cdot 1,02847 + 0,018 \cdot 1,11601 \cong 1,11535, \end{aligned} \quad (7.63)$$

$$\sigma(4) \cong 1,10288, \quad (7.64)$$

Warunkowe oczekiwane czasy przebywania promu w osobnych stanach bezpieczeństwa 1, 2, 3, 4, wyrażone w latach wynoszą odpowiednio:

$$\bar{\mu}(1) = \mu(\geq 1) - \mu(\geq 2) = 0,29816, \quad \bar{\mu}(2) = \mu(\geq 2) - \mu(\geq 3) = 0,149614, \quad (7.65)$$

$$\bar{\mu}(3) = \mu(\geq 3) - \mu(4) = 0,130199, \quad \bar{\mu}(4) = \mu(4) = 1,114243. \quad (7.66)$$

Ponieważ krytycznym stanem bezpieczeństwa jest stan $r = 2$, warunkowa funkcja ryzyka systemu przyjmuje postać

$$r(t) = 1 - S(t, 2) \text{ dla } t \geq 0, \quad (7.67)$$

gdzie $S(t, 2)$ określona jest wzorem (7.54). Stąd, moment, w którym warunkowa funkcja ryzyka systemu przekroczy dozwolony poziom $\delta = 0,05$, wynosi

$$\tau = r^{-1}(\delta) \cong 0,06467 \text{ roku.} \quad (7.68)$$

Warunkowe przybliżone intensywności starzenia się promu wynoszą:

$$\lambda(\geq 1) = 0,58952, \lambda(\geq 2) = 0,71605, \lambda(\geq 3) = 0,80304, \lambda(4) = 0,89658. \quad (7.69)$$

Warunkowe współczynniki wpływu procesu eksploatacji na bezpieczeństwo promu wynoszą:

$$\rho(\geq 1) = 1,04345, \rho(\geq 2) = 1,05689, \rho(\geq 3) = 1,04395, \rho(\geq 4) = 1,04362. \quad (7.70)$$

Warunkowy współczynnik odporności promu wynosi

$$RI(\geq 2) = 1/\rho(\geq 2) = 0,9462 = 94,62\%. \quad (7.71)$$

Wyznaczone powyżej wartości można wykorzystać do opracowania strategii zarządzania i optymalizacji promu, które uwzględniają zarówno koszty eksploatacji, jak i bezpieczeństwo. Mogą również pomóc w określeniu, które elementy systemu wymagają szczególnej uwagi lub modernizacji, aby utrzymać pożądany poziom wydajności i bezpieczeństwa.

7.1.2.3 Omówienie wyników

Uzyskany w rozdziale 5 minimalny całkowity koszt eksploatacji promu, podany w (5.44) jest znacznie niższy niż całkowity koszt jego eksploatacji przed optymalizacją uzyskany w rozdziale 3. Natomiast wartości warunkowych wskaźników bezpieczeństwa promu przy minimalnym koszcie eksploatacji są nieznacznie gorsze niż te wyznaczone przed i po optymalizacji bezpieczeństwa.

Tak więc, jeśli preferujemy niższe koszty eksploatacji promu, a nie zapewnienie mu wysokiego bezpieczeństwa, możemy zmodyfikować proces jego eksploatacji, zastępując graniczne prawdopodobieństwa chwilowe p_b , $b = 1,2,\dots,18$, przebywania procesu $Z(t)$ w stanach eksploatacyjnych przed optymalizacją kosztu eksploatacji, wartościami bliskimi do ich wartości optymalnych \hat{p}_b , $b = 1,2,\dots,18$, uzyskanymi w wyniku optymalizacji tego kosztu. W praktyce, możliwe jest modyfikowanie procesu eksploatacji systemu poprzez zastępowanie granicznych prawdopodobieństw chwilowych występujących we wzorze na średni czas przebywania procesu eksploatacji $Z(t)$ w poszczególnych stanach [Kołowrocki, Magryta-Mut, 2020] ich wartościami optymalnymi.

Wobec powyższego, chcąc zmodyfikować proces eksploatacji promu, wykorzystując formułę [Kołowrocki, Magryta-Mut, 2020]

$$\hat{M}_b = p_b \cdot \theta, b = 1, 2, \dots, 18, \quad (7.72)$$

oraz graniczne prawdopodobieństwa chwilowe

$$p_1 = 0,038, p_2 = 0,002, p_3 = 0,026, p_4 = 0,036, p_5 = 0,363, p_6 = 0,026, p_7 = 0,005,$$

$$p_8 = 0,016, p_9 = 0,037, p_{10} = 0,002, p_{11} = 0,003, p_{12} = 0,016, p_{13} = 0,351,$$

$$p_{14} = 0,034, p_{15} = 0,024, p_{16} = 0,003, p_{17} = 0,005, p_{18} = 0,013,$$

obliczamy średni czas przebywania procesu $Z(t)$ w poszczególnych stanach dla okresu eksploatacji $\theta = 1$ miesiąc = 30 dni = 720 godzin. Czas ten wyrażony w godzinach wynosi:

$$\hat{M}_1 = 27,36, \hat{M}_2 = 1,44, \hat{M}_3 = 18,72, \hat{M}_4 = 25,92, \hat{M}_5 = 261,36, \hat{M}_6 = 18,72,$$

$$\hat{M}_7 = 3,6, \hat{M}_8 = 11,52, \hat{M}_9 = 26,64, \hat{M}_{10} = 1,44, \hat{M}_{11} = 2,16, \hat{M}_{12} = 11,52,$$

$$\hat{M}_{13} = 257,72, \hat{M}_{14} = 24,48, \hat{M}_{15} = 17,28, \hat{M}_{16} = 2,16, \hat{M}_{17} = 3,6, \hat{M}_{18} = 9,36. \quad (7.73)$$

Następnie, po optymalizacji całkowitych kosztów eksploatacji systemu z użyciem formuły [Kołowrocki, Magryta-Mut, 2020]

$$\dot{M}_b = p_b \cdot \theta, \quad b = 1, 2, \dots, 18, \quad (7.74)$$

i optymalnych granicznych prawdopodobieństw chwilowych (7.30), otrzymujemy następujące oczekiwane czasy przebywania procesu $Z(t)$ w poszczególnych stanach dla okresu eksploatacji $\theta = 1$ miesiąc = 30 dni = 720 godzin. Czasy te wyrażone w godzinach wynoszą:

$$\begin{aligned} \dot{M}_1 &= 40,32, \dot{M}_2 = 1,44, \dot{M}_3 = 19,44, \dot{M}_4 = 40,32, \dot{M}_5 = 205,92, \dot{M}_6 = 17,28, \\ \dot{M}_7 &= 12,96, \dot{M}_8 = 12,96, \dot{M}_9 = 40,32, \dot{M}_{10} = 2,16, \dot{M}_{11} = 2,88, \dot{M}_{12} = 17,28, \\ \dot{M}_{13} &= 237,60, \dot{M}_{14} = 30,96, \dot{M}_{15} = 17,28, \dot{M}_{16} = 2,88, \dot{M}_{17} = 5,04, \dot{M}_{18} = 12,96. \end{aligned} \quad (7.75)$$

Analogiczne rachunki można wykonać dla okresu eksploatacji $\theta = 1$ rok = 365 dni. Oczekiwane czasy przebywania procesu $Z(t)$ w poszczególnych stanach, wyrażone w dniach wynoszą:

$$\begin{aligned} \hat{M}_1 &= 13,87, \hat{M}_2 = 0,73, \hat{M}_3 = 9,49, \hat{M}_4 = 13,14, \hat{M}_5 = 132,495, \hat{M}_6 = 9,49, \\ \hat{M}_7 &= 1,825, \hat{M}_8 = 5,84, \hat{M}_9 = 13,505, \hat{M}_{10} = 0,73, \hat{M}_{11} = 1,095, \hat{M}_{12} = 5,84, \\ \hat{M}_{13} &= 128,115, \hat{M}_{14} = 12,41, \hat{M}_{15} = 8,76, \hat{M}_{16} = 1,095, \hat{M}_{17} = 1,825, \hat{M}_{18} = 4,745. \end{aligned} \quad (7.76)$$

Natomiast oczekiwane czasy przebywania zoptymalizowanego procesu $Z(t)$ w poszczególnych stanach wyrażone w dniach wynoszą:

$$\begin{aligned} \dot{M}_1 &= 20,44, \dot{M}_2 = 0,73, \dot{M}_3 = 9,855, \dot{M}_4 = 20,44, \dot{M}_5 = 104,39, \dot{M}_6 = 8,76, \\ \dot{M}_7 &= 6,57, \dot{M}_8 = 6,57, \dot{M}_9 = 20,44, \dot{M}_{10} = 1,095, \dot{M}_{11} = 1,46, \dot{M}_{12} = 8,76, \\ \dot{M}_{13} &= 120,45, \dot{M}_{14} = 15,695, \dot{M}_{15} = 8,76, \dot{M}_{16} = 1,46, \dot{M}_{17} = 2,555, \dot{M}_{18} = 6,57. \end{aligned} \quad (7.77)$$

Procedurę modyfikacji działania promu można przeprowadzić dla innych niż wymienione powyżej okresów eksploatacji, czyli 1 miesiąc i 1 rok, w zależności od preferencji operatora systemu. Głównym celem tych działań jest osiągnięcie najefektywniejszych wartości całkowitych czasów eksploatacji systemu w poszczególnych stanach eksploatacji, które zapewnią minimalizację całkowitych kosztów eksploatacji systemu.

7.2 Koszt eksploatacji systemu przy maksymalnym bezpieczeństwie

7.2.1 Koszt eksploatacji bazy paliw przy maksymalnym bezpieczeństwie

7.2.1.1 Koszt eksploatacji bazy paliw w danym przedziale czasu przy maksymalnym bezpieczeństwie

Optymalne wartości prawdopodobieństw chwilowych przebywania portowej bazy paliw w poszczególnych stanach eksploatacyjnych z_b , $b = 1, 2, \dots, 7$, wyznaczone w [Kołowrocki, Magryta-Mut, 2021b], są określone jako:

$$\dot{p}_1 = 0,46, \dot{p}_2 = 0,08, \dot{p}_3 = 0,002, \dot{p}_4 = 0,001, \dot{p}_5 = 0,15, \dot{p}_6 = 0,04, \dot{p}_7 = 0,267. \quad (7.78)$$

Maksymalizują one czas życia systemu w podzbiorze stanów bezpieczeństwa nie gorszych niż stan krytyczny $r = 1$.

Istnieje powiązanie pomiędzy kosztem eksploatacji przy maksymalnym poziomie bezpieczeństwa a maksymalnym czasem życia systemu w określonym podzbiorze stanów bezpieczeństwa, które nie są gorsze niż stan krytyczny. To powiązanie polega na tym, że optymalizacja kosztów eksploatacji przy maksymalnym bezpieczeństwie dąży do minimalizacji wydatków, jednocześnie zapewniając, że system pozostaje w odpowiednim stanie technicznym i bezpieczeństwa. W rezultacie maksymalizowany jest czas życia systemu w tych kluczowych warunkach bezpieczeństwa. W praktyce oznacza to, że środki i działania zapobiegawcze stosowane w strategii optymalizacji kosztów przyczyniają się do wydłużenia czasu życia systemu w tych krytycznych warunkach bezpieczeństwa, umożliwiając mu jak najdłuższe działanie bez awarii.

Zatem, stosując procedurę omówioną w podrozdziale 6.2 wyznaczamy warunkowy całkowity koszt eksploatacji portowej bazy paliw w okresie jednego roku ($\theta = 1$ rok), zakładając jej maksymalne bezpieczeństwo. Koszt ten, wyrażony w PLN wynosi

$$\begin{aligned} \hat{C}(\theta) &\cong \sum_{b=1}^7 \dot{p}_b \left[\hat{C}(\theta) \right]^b \\ &\cong 0,46 \cdot 3855344 + 0,08 \cdot 3845344 + 0,002 \cdot 6326176 \cdot 528 + 0,001 \cdot 10161520 \\ &\quad + 0,15 \cdot 6336176 + 0,04 \cdot 10161520 + 0,267 \cdot 3865344 \\ &\cong 4\,492\,833,68 \text{ PLN}. \end{aligned} \quad (7.79)$$

7.2.1.2 Koszt eksploatacji bazy paliw w danym podzbiorze stanów bezpieczeństwa przy maksymalnym bezpieczeństwie

Stosując procedurę omówioną w podrozdziale 6.2 wyznaczmy warunkowy całkowity koszt eksploatacji portowej bazy paliw w podzbiorach stanów bezpieczeństwa, gdzie warunkiem jest jej maksymalne bezpieczeństwo. Wartość tego kosztu wyrażona w PLN wynosi:

- w podzbiorze stanów bezpieczeństwa $\{1, 2\}$

$$\begin{aligned} \hat{C}(\geq 1) &\cong \sum_{b=1}^7 \dot{p}_b \left[\hat{C}(\geq 1) \right]^b \\ &\cong 0,46 \cdot 134274,50355 + 0,08 \cdot 125134,71981 + 0,002 \cdot 170921,06810 + 0,001 \cdot 258228,9664 \\ &\quad + 0,15 \cdot 180921,06810 + 0,04 \cdot 258228,96640 + 0,267 \cdot 143431,48954 \\ &\cong 148\,140,6 \text{ PLN}, \end{aligned} \quad (7.80)$$

- w podzbiorze stanu bezpieczeństwa $\{2\}$

$$\begin{aligned} \hat{C}(2) &\cong \sum_{b=1}^7 \dot{p}_b \left[\hat{C}(2) \right]^b \\ &\cong 0,46 \cdot 103764,29792 + 0,08 \cdot 94324,56966 + 0,002 \cdot 123568,59597 + 0,001 \cdot 190\,073,05216 \\ &\quad + 0,15 \cdot 133568,59597 + 0,04 \cdot 190072,49920 + 0,267 \cdot 113215,49434 \\ &\cong 113\,581,5 \text{ PLN}. \end{aligned} \quad (7.81)$$

7.2.1.3 Omówienie wyników

Uzyskane w [Kołowrocki, Magryta-Mut, 2021b], optymalne wartości wskaźników bezpieczeństwa portowej bazy paliw są nieco lepsze niż te wyznaczone przed maksymalizacją średniego czasu przebywania systemu w podzbiorze stanów bezpieczeństwa nie gorszych niż stan krytyczny. Natomiast warunkowy całkowity koszt eksploatacji bazy paliw przy założeniu maksymalnego bezpieczeństwa, podany przez (7.79) w podrozdziale 7.2.1.1, jest taki sam jak ten po optymalizacji całkowitych kosztów eksploatacji przeprowadzonej w rozdziale 5. Wynika z tego, że w przypadku tego konkretnego systemu, zwiększanie bezpieczeństwa nie prowadzi do dodatkowych kosztów. Innymi słowy, można osiągnąć poziom maksymalnego bezpieczeństwa bez zwiększania ogólnych kosztów eksploatacji systemu. Jest to pozytywny wniosek, który sugeruje, że system został zoptymalizowany pod względem bezpieczeństwa bez znacznego wpływu na koszty eksploatacji.

W praktyce, możliwe jest modyfikowanie procesu eksploatacji systemu poprzez zastępowanie granicznych prawdopodobieństw chwilowych występujących we wzorze na średni czas przebywania procesu eksploatacji $Z(t)$ w poszczególnych stanach [Kołowrocki, Magryta-Mut, 2020] ich wartościami optymalnymi.

Wobec powyższego, chcąc zmodyfikować proces eksploatacji bazy paliw, wykorzystując formułę [Kołowrocki, Magryta-Mut, 2020]

$$\hat{M}_b = E[\hat{\theta}_b] = p_b \theta, \quad b = 1, 2, \dots, \nu,$$

oraz graniczne prawdopodobieństwa chwilowe

$$p_1 = 0,395, \quad p_2 = 0,060, \quad p_3 = 0,003, \quad p_4 = 0,002, \quad p_5 = 0,20, \quad p_6 = 0,058, \quad p_7 = 0,282;$$

obliczamy oczekiwane czasy przebywania procesu $Z(t)$ w poszczególnych stanach dla okresu eksploatacji $\theta = 1 \text{ rok} = 365 \text{ dni}$:

$$M_1 = E[\hat{\theta}_1] = 0,395 \text{ roku} = 144,2 \text{ dni}, \quad M_2 = E[\hat{\theta}_2] = 0,060 \text{ roku} = 21,9 \text{ dnia},$$

$$M_3 = E[\hat{\theta}_3] = 0,003 \text{ roku} = 1,1 \text{ dnia}, \quad M_4 = E[\hat{\theta}_4] = 0,002 \text{ roku} = 0,7 \text{ dnia},$$

$$M_5 = E[\hat{\theta}_5] = 0,20 \text{ roku} = 73 \text{ dni}, \quad M_6 = E[\hat{\theta}_6] = 0,058 \text{ roku} = 21,2 \text{ dnia},$$

$$M_7 = E[\hat{\theta}_7] = 0,282 \text{ roku} = 102,93 \text{ dnia}.$$

Następnie, po optymalizacji bezpieczeństwa systemu z użyciem formuły [Kołowrocki, Magryta-Mut, 2020]

$$\dot{M}_b = \dot{p}_b \cdot \theta, \quad b = 1, 2, \dots, 7, \quad (7.82)$$

i optymalnych granicznych prawdopodobieństw chwilowych, otrzymujemy optymalne oczekiwane czasy przebywania procesu $Z(t)$ w poszczególnych stanach dla okresu eksploatacji $\theta = 1 \text{ rok} = 365 \text{ dni}$. Czasy te wyrażone w dniach wynoszą:

$$\dot{M}_1 = 167,9, \quad \dot{M}_2 = 29,2, \quad \dot{M}_3 = 0,73, \quad \dot{M}_4 = 0,365, \quad \dot{M}_5 = 54,75,$$

$$\dot{M}_6 = 14,6, \quad \dot{M}_7 = 97,455. \quad (7.83)$$

Analogiczne rachunki można wykonać dla okresu eksploatacji systemu $\theta = 1 \text{ miesiąc} = 30 \text{ dni} = 720 \text{ godzin}$. Oczekiwane czasy przebywania procesu $Z(t)$ w poszczególnych stanach, wyrażone w godzinach wynoszą:

$$\hat{M}_1 = 284,4, \quad \hat{M}_2 = 43,2, \quad \hat{M}_3 = 2,16, \quad \hat{M}_4 = 1,44, \quad \hat{M}_5 = 1,44,$$

$$\hat{M}_6 = 41,76, \hat{M}_7 = 203,04. \quad (7.84)$$

Natomiast optymalne oczekiwane czasy przebywania procesu $Z(t)$ w poszczególnych stanach, wyrażony w godzinach wynoszą:

$$\begin{aligned} \hat{M}_1 &= 331,2, \hat{M}_2 = 57,6, \hat{M}_3 = 1,44, \hat{M}_4 = 0,72, \hat{M}_5 = 108, \\ \hat{M}_6 &= 28,8, \hat{M}_7 = 192,24. \end{aligned} \quad (7.85)$$

Procedurę modyfikacji działania bazy paliw można przeprowadzić dla innych niż wymienione powyżej okresów eksploatacji, czyli 1 miesiąc i 1 rok, w zależności od preferencji operatora systemu. Głównym celem tych działań jest osiągnięcie najefektywniejszych wartości całkowitych kosztów eksploatacji systemu w poszczególnych stanach eksploatacyjnych, zapewniających utrzymanie bezpieczeństwa na odpowiednim poziomie.

7.2.2 Koszt eksploatacji promu przy maksymalnym bezpieczeństwie

7.2.2.1 Koszt eksploatacji promu w danym przedziale czasu przy maksymalnym bezpieczeństwie

W [Kołowrocki, Magryta-Mut, 2021a], otrzymano optymalne wartości prawdopodobieństw chwilowych przebywania promu w poszczególnych stanach eksploatacyjnych z_b , $b = 1,2,\dots,18$:

$$\begin{aligned} \dot{p}_1 &= 0,056, \dot{p}_2 = 0,001, \dot{p}_3 = 0,018, \dot{p}_4 = 0,027, \dot{p}_5 = 0,419, \dot{p}_6 = 0,018, \dot{p}_7 = 0,002, \\ \dot{p}_8 &= 0,018, \dot{p}_9 = 0,056, \dot{p}_{10} = 0,001, \dot{p}_{11} = 0,002, \dot{p}_{12} = 0,013, \dot{p}_{13} = 0,286, \\ \dot{p}_{14} &= 0,043, \dot{p}_{15} = 0,018, \dot{p}_{16} = 0,002, \dot{p}_{17} = 0,002, \\ \dot{p}_{18} &= 0,018. \end{aligned} \quad (7.86)$$

Maksymalizują one czas życia systemu w podzbiorze stanów bezpieczeństwa nie gorszych niż stan krytyczny $r = 2$,

Istnieje powiązanie pomiędzy kosztem eksploatacji przy maksymalnym poziomie bezpieczeństwa a maksymalnym czasem życia systemu w określonym podzbiorze stanów bezpieczeństwa, które nie są gorsze niż stan krytyczny. To powiązanie polega na tym, że optymalizacja kosztów eksploatacji przy maksymalnym bezpieczeństwie dąży do minimalizacji wydatków, jednocześnie zapewniając, że system pozostaje w odpowiednim stanie technicznym i bezpieczeństwa. W rezultacie maksymalizowany jest czas życia systemu w tych kluczowych warunkach bezpieczeństwa. W praktyce oznacza to, że środki i działania zapobiegawcze stosowane w strategii optymalizacji kosztów przyczyniają się do wydłużenia czasu życia systemu w tych krytycznych warunkach bezpieczeństwa, umożliwiając mu jak najdłuższe działanie bez awarii.

Zatem, stosując procedurę omówioną w 6.2 wyznaczamy warunkowy całkowity koszt eksploatacji promu w okresie jednego miesiąca ($\theta = 1$ miesiąc) przy założeniu maksymalnego bezpieczeństwa. Wartość tego kosztu wyrażona w PLN wynosi

$$\begin{aligned} \hat{C}(\theta) &\cong \sum_{b=1}^{18} \dot{p}_b \left[\hat{C}(\theta) \right]^b \\ &\cong 0,056,2554,48c + 0,001,208,8c + 0,018,2246,4c + 0,027,2669,76c + 0,419,26920,08c \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& + 0,018,2302,56c + 0,002,522c + 0,018,965,16c + 0,056,2211,12c + 0,001,208,8c \\
& + 0,002,259,2c + 0,013,1186,56c + 0,286,26030,16c + 0,43,2521,44c + 0,018,2073,6c \\
& + 0,002,259,2c + 0,002,522c + 0,018,870,48c \cong 19\,308,006c \text{ PLN.} \quad (7.87)
\end{aligned}$$

7.2.2.2 Koszt eksploatacji promu w danym podzbiorze stanów bezpieczeństwa przy maksymalnym bezpieczeństwie

Stosując procedurę omówioną w 6.2 wyznaczmy warunkowy całkowity koszt eksploatacji promu w podzbiorach stanów bezpieczeństwa, gdzie warunkiem jest jego maksymalne bezpieczeństwo. Wartość tego kosztu wyrażona w PLN wynosi:

- w podzbiorze stanów bezpieczeństwa $\{1, 2, 3, 4\}$

$$\hat{C}(\geq 1) \cong \sum_{b=1}^{18} \dot{p}_b \left[\hat{C}(\geq 1) \right]^b \cong 173,034c, \quad (7.88)$$

- w podzbiorze stanów bezpieczeństwa $\{2, 3, 4\}$

$$\hat{C}(\geq 1) \cong \sum_{b=1}^{18} \dot{p}_b \left[\hat{C}(\geq 1) \right]^b \cong 142,433c, \quad (7.89)$$

- w podzbiorze stanów bezpieczeństwa $\{3, 4\}$

$$\hat{C}(\geq 1) \cong \sum_{b=1}^{18} \dot{p}_b \left[\hat{C}(\geq 1) \right]^b \cong 127,060c, \quad (7.90)$$

- w podzbiorze stanu bezpieczeństwa $\{4\}$

$$\hat{C}(\geq 1) \cong \sum_{b=1}^{18} \dot{p}_b \left[\hat{C}(\geq 1) \right]^b \cong 113,795c. \quad (7.91)$$

7.2.2.3 Omówienie wyników

Uzyskane w [Kołowrocki, Magryta-Mut, 2021a], optymalne wartości wskaźników bezpieczeństwa promu są nieco lepsze niż te wyznaczone przed maksymalizacją średniego czasu przebywania systemu w podzbiorze stanów bezpieczeństwa nie gorszych niż stan krytyczny. Natomiast warunkowy całkowity koszt eksploatacji promu przy założeniu maksymalnego bezpieczeństwa, podany przez (7.87) w podrozdziale 7.2.2.1., przy maksymalnym bezpieczeństwie jest znacznie wyższy niż ten przed optymalizacją jej bezpieczeństwa i dużo wyższy niż wyznaczony po optymalizacji całkowitych kosztów eksploatacji systemu przeprowadzonej w rozdziale 5.

Tak więc, jeśli preferujemy wysokie bezpieczeństwo promu, a nie zapewnienie niskich całkowitych kosztów jego eksploatacji, możemy zmodyfikować proces eksploatacji, zastępując graniczne prawdopodobieństwa chwilowe p_b , $b = 1, 2, \dots, 18$, wartościami bliskimi do ich wartości optymalnych \dot{p}_b , $b = 1, 2, \dots, 18$, uzyskanymi w wyniku procedury optymalizacji

bezpieczeństwa promu.

W praktyce, możliwe jest modyfikowanie procesu eksploatacji systemu poprzez zastępowanie granicznych prawdopodobieństw chwilowych występujących we wzorze na średni czas przebywania procesu eksploatacji $Z(t)$ w poszczególnych stanach [Kołowrocki, Magryta-Mut, 2020] ich wartościami optymalnymi.

Wobec powyższego, chcąc zmodyfikować proces eksploatacji bazy paliw, wykorzystując formułę [Kołowrocki, Magryta-Mut, 2020]

$$\hat{M}_b = E[\hat{\theta}_b] = p_b \theta, b = 1, 2, \dots, \nu,$$

oraz graniczne prawdopodobieństwa chwilowe

$$p_1 = 0,038, p_2 = 0,002, p_3 = 0,026, p_4 = 0,036, p_5 = 0,363, p_6 = 0,026, p_7 = 0,005,$$

$$p_8 = 0,016, p_9 = 0,037, p_{10} = 0,002, p_{11} = 0,003, p_{12} = 0,016, p_{13} = 0,351,$$

$$p_{14} = 0,034, p_{15} = 0,024, p_{16} = 0,003, p_{17} = 0,005, p_{18} = 0,013,$$

obliczamy oczekiwane czasy przebywania procesu $Z(t)$ w poszczególnych stanach dla okresu eksploatacji $\theta = 1 \text{ rok} = 365 \text{ dni}$:

$$M_1 = E[\hat{\theta}_1] = 0,038 \text{ roku} = 13,9 \text{ dni}, M_2 = E[\hat{\theta}_2] = 0,002 \text{ roku} = 0,7 \text{ day},$$

$$M_3 = E[\hat{\theta}_3] = 0,026 \text{ roku} = 9,5 \text{ dni}, M_4 = E[\hat{\theta}_4] = 0,036 \text{ roku} = 13,1 \text{ dni},$$

$$M_5 = E[\hat{\theta}_5] = 0,363 \text{ roku} = 132,5 \text{ dni}, M_6 = E[\hat{\theta}_6] = 0,026 \text{ roku} = 9,5 \text{ dni},$$

$$M_7 = E[\hat{\theta}_7] = 0,005 \text{ roku} = 1,8 \text{ dni}, M_8 = E[\hat{\theta}_8] = 0,016 \text{ roku} = 5,8 \text{ dni},$$

$$M_9 = E[\hat{\theta}_9] = 0,037 \text{ roku} = 13,5 \text{ dni}, M_{10} = E[\hat{\theta}_{10}] = 0,002 \text{ roku} = 0,7 \text{ day},$$

$$M_{11} = E[\hat{\theta}_{11}] = 0,003 \text{ roku} = 1,1 \text{ dni}, M_{12} = E[\hat{\theta}_{12}] = 0,016 \text{ roku} = 5,8 \text{ dni},$$

$$M_{13} = E[\hat{\theta}_{13}] = 0,351 \text{ roku} = 128,1 \text{ dni}, M_{14} = E[\hat{\theta}_{14}] = 0,034 \text{ roku} = 12,4 \text{ dni},$$

$$M_{15} = E[\hat{\theta}_{15}] = 0,024 \text{ roku} = 8,8 \text{ dni}, M_{16} = E[\hat{\theta}_{16}] = 0,003 \text{ roku} = 1,1 \text{ dni},$$

$$M_{17} = E[\hat{\theta}_{17}] = 0,005 \text{ roku} = 1,8 \text{ dni}, M_{18} = E[\hat{\theta}_{18}] = 0,013 \text{ roku} = 4,7 \text{ dni}.$$

Następnie, po optymalizacji bezpieczeństwa systemu z użyciem formuły [Kołowrocki, Magryta-Mut, 2020]

$$\dot{M}_b = \dot{p}_b \cdot \theta, b = 1, 2, \dots, 18, \quad (7.92)$$

i optymalnych granicznych prawdopodobieństw chwilowych, otrzymujemy optymalne oczekiwane czasy przebywania procesu $Z(t)$ w poszczególnych stanach dla okresu eksploatacji $\theta = 1 \text{ rok} = 365 \text{ dni}$. Czasy te wyrażone w dniach wynoszą:

$$\dot{M}_1 = 20,44, \dot{M}_2 = 0,365, \dot{M}_3 = 9,855, \dot{M}_4 = 20,44, \dot{M}_5 = 139,43, \dot{M}_6 = 6,57,$$

$$\dot{M}_7 = 0,73, \dot{M}_8 = 6,57, \dot{M}_9 = 20,44, \dot{M}_{10} = 0,365, \dot{M}_{11} = 0,73, \dot{M}_{12} = 8,76,$$

$$\dot{M}_{13} = 104,39, \dot{M}_{14} = 9,125, \dot{M}_{15} = 8,76, \dot{M}_{16} = 0,73, \dot{M}_{17} = 0,73, \dot{M}_{18} = 6,57.$$

(7.93)

Analogiczne rachunki można wykonać dla okresu eksploatacji systemu $\theta = 1 \text{ miesiąc} = 30 \text{ dni} = 720 \text{ godzin}$. Oczekiwane czasy przebywania procesu $Z(t)$ w poszczególnych stanach, wyrażone w godzinach wynoszą:

$$\hat{M}_1 = 27,36, \hat{M}_2 = 1,44, \hat{M}_3 = 18,72, \hat{M}_4 = 25,92, \hat{M}_5 = 261,36, \hat{M}_6 = 18,72,$$

$$\begin{aligned} \hat{M}_7 &= 3,6, \hat{M}_8 = 11,52, \hat{M}_9 = 26,64, \hat{M}_{10} = 1,44, \hat{M}_{11} = 2,16, \hat{M}_{12} = 11,52, \\ \hat{M}_{13} &= 252,72, \hat{M}_{14} = 24,48, \hat{M}_{15} = 17,28, \hat{M}_{16} = 2,16, \hat{M}_{17} = 3,6, \hat{M}_{18} = 9,36. \end{aligned} \quad (7.94)$$

Natomiast optymalne oczekiwane czasy przebywania procesu $Z(t)$ w poszczególnych stanach, wyrażone w godzinach wynoszą:

$$\begin{aligned} \dot{\hat{M}}_1 &= 40,32, \dot{\hat{M}}_2 = 0,72, \dot{\hat{M}}_3 = 19,44, \dot{\hat{M}}_4 = 40,32, \dot{\hat{M}}_5 = 275,04, \dot{\hat{M}}_6 = 12,96, \\ \dot{\hat{M}}_7 &= 1,44, \dot{\hat{M}}_8 = 12,96, \dot{\hat{M}}_9 = 40,32, \dot{\hat{M}}_{10} = 0,72, \dot{\hat{M}}_{11} = 1,44, \dot{\hat{M}}_{12} = 17,28, \\ \dot{\hat{M}}_{13} &= 205,92, \dot{\hat{M}}_{14} = 18, \dot{\hat{M}}_{15} = 17,28, \dot{\hat{M}}_{16} = 1,44, \dot{\hat{M}}_{17} = 1,44, \dot{\hat{M}}_{18} = 12,96. \end{aligned} \quad (7.95)$$

Procedurę modyfikacji działania promu można przeprowadzić dla innych niż wymienione powyżej okresów eksploatacji, czyli jednego miesiąca i jednego roku, w zależności od preferencji operatora systemu. Głównym celem tych działań jest osiągnięcie najefektywniejszych wartości całkowitych kosztów eksploatacji systemu w poszczególnych stanach eksploatacji, które zapewnią utrzymanie bezpieczeństwa na odpowiednim poziomie.

8 PODSUMOWANIE

W niniejszej pracy zaproponowano i przedstawiono kosztowe modele eksploatacji złożonego, wielostanowego, starzejącego się systemu technicznego [Kołowrocki, Magryta, 2020a; Kołowrocki, Magryta-Mut, 2021a-b, 2022a-b], zmieniającego w czasie eksploatacji swą strukturę funkcjonalną i strukturę bezpieczeństwa. Zdefiniowano także parametry bezpieczeństwa oraz koszty elementów tego systemu w zmieniających się warunkach eksploatacji. Następnie, wykorzystując te modele oraz programowanie liniowe [Klabjan, Adelman, 2006], przeprowadzono oddzielną, a także łączną optymalizację kosztów eksploatacji oraz bezpieczeństwa takiego systemu, polegającą odpowiednio na minimalizacji kosztów eksploatacji oraz maksymalizacji jego bezpieczeństwa.

Optymalizacja kosztów eksploatacji polegała zarówno na minimalizacji oczekiwanego całkowitego kosztu eksploatacji w danym przedziale czasu, jak i minimalizacji takiego kosztu podczas przebywania w podzbiorze stanów bezpieczeństwa nie gorszych niż stan krytyczny. Wyznaczone zostały również minimalne koszty eksploatacji w pozostałych podzbiorach stanów bezpieczeństwa. Powyższa minimalizacja polega na wyznaczeniu optymalnych prawdopodobieństw granicznych przebywania procesu eksploatacji systemu w poszczególnych stanach eksploatacyjnych. Prawdopodobieństwa te uzyskuje się poprzez odpowiednią regulację czasów przebywania procesu w tych stanach. Regulację taką może wykonać operator systemu .

Z kolei procedura łącznej optymalizacji kosztów eksploatacji i bezpieczeństwa jest realizowana na dwa sposoby. Pierwszy sposób polega na przeprowadzeniu najpierw minimalizacji kosztów eksploatacji, a następnie wyznaczeniu warunkowego oczekiwanego czasu przebywania systemu w podzbiorze stanów bezpieczeństwa nie gorszych niż stan krytyczny, oraz pozostałych charakterystyk bezpieczeństwa (wskaźników określających poziom bezpieczeństwa). W skrócie, powyższa procedura w pierwszej kolejności minimalizuje koszt, a następnie wyznacza oczekiwany czas pobytu w zbiorze stanów nie gorszych niż krytyczny, przy warunku, że koszt jest minimalny.

Drugi sposób łącznej optymalizacji kosztów i bezpieczeństwa polega na przeprowadzeniu najpierw maksymalizacji bezpieczeństwa systemu, a następnie wyznaczeniu warunkowego całkowitego kosztu eksploatacji w danym przedziale czasu, lub alternatywnie, warunkowego całkowitego kosztu eksploatacji podczas przebywania systemu w podzbiorze stanów bezpieczeństwa nie gorszych niż stan krytyczny, oraz kosztów eksploatacji w pozostałych podzbiorach stanów bezpieczeństwa. W skrócie, powyższa procedura w pierwszej kolejności maksymalizuje bezpieczeństwo, a następnie wyznacza koszty, przy warunku, że bezpieczeństwo jest maksymalne.

Zaproponowane modele i procedury optymalizacji bezpieczeństwa i kosztów eksploatacji systemu zostały zastosowane do dwóch infrastruktur krytycznych, a mianowicie portowej bazy paliw i systemu technicznego promu morskiego. Dla obu tych przykładowych systemów oceny dotyczące kosztów eksploatacji i parametrów ich bezpieczeństwa zostały oparte na dokładnych danych statystycznych z zakresu ich eksploatacji, oraz przybliżonych ocenach parametrów bezpieczeństwa i kosztów eksploatacji poszczególnych elementów, które to dane pochodzą bezpośrednio od użytkowników tych systemów. Stąd, jedynym ograniczeniem stosowania w praktyce proponowanych modeli jest uzyskanie dostatecznie dokładnych danych statystycznych od użytkowników tych systemów w celu oceny nieznanymi kosztów eksploatacji i parametrów bezpieczeństwa.

Zaproponowane i przedstawione w pracy modele i procedury stanowią nowe narzędzie doradcze adresowane do użytkowników różnych rzeczywistych złożonych systemów i in-

infrastruktur krytycznych, bowiem procedury te mogą być stosowane do optymalizacji ich bezpieczeństwa i kosztów eksploatacji [Gouldby et al., 2010; Habibullah et al., 2006; Kołowrocki et al., 2016; Kołowrocki, Magryta, 2020a; Kołowrocki, Magryta-Mut, 2020; Lauge et al., 2015; Magryta-Mut, 2020]. Natomiast w dalszych badaniach w tym zakresie można rozważyć wpływ czynników innych niż proces eksploatacji systemu na jego bezpieczeństwo i koszt eksploatacji (np. wpływ czynników klimatyczno-pogodowych) [Kołowrocki, Kuligowska, 2018; Kołowrocki, 2021, 2022; Torbicki, 2019a–b; Torbicki, Drabiński, 2020]. Ponadto, dalsze modelowanie łącznej optymalizacji bezpieczeństwa i kosztów eksploatacji złożonych systemów i infrastruktur krytycznych można także oprzeć na zastosowaniu wielokryterialnych modeli optymalizacji i algorytmów ewolucyjnych [Coello Coello, Castillo Tapia, 2021]. Modele takie pozwalają na uwzględnienie w procedurze optymalizacji wielu pozostających w konflikcie celów, co jest istotne w przypadku zadań, w których nie można jednoznacznie wybrać jednego optymalnego rozwiązania.

Zaproponowane w niniejszej rozprawie procedury optymalizacyjne mogą być zastosowane do minimalizacji kosztów eksploatacji złożonych systemów technicznych i infrastruktur krytycznych, oraz do zwiększenia ich bezpieczeństwa i odporności na proces eksploatacji, co w konsekwencji dodatkowo wpłynie na efektywność działania tych systemów.

Literatura

- [1] Adeli, H. & Sarma, K.C. 2006. *Cost optimization of structures: fuzzy logic, genetic algorithms, and parallel computing*. Spon Press Taylor & Francis Group, London and New York.
- [2] Bautista, B.L., Torres, C.I. & Landesa, P.L. 2020. A condition-based maintenance for complex systems consisting of two different types of components. In K. Kołowrocki et al. (Eds.), *Safety and Reliability of Systems and Processes, Summer Safety and Reliability Seminar 2020*. Gdynia Maritime University, Gdynia, 7-16.
- [3] Bogalecka, M., *Consequences of Maritime Critical Infrastructure Accidents – Environmental Impacts*, Elsevier, (2020).
- [4] Brunelle, R.D. & Kapur, K.C. 1999. *Review and classification of reliability measures for multistate and continuum models*. IEEE Transactions 31, 1117–1180.
- [5] Bull, J.W. 2006. *Life cycle costing for construction*. Taylor & Francis.
- [6] Chen, J., Wang, F. & Stelson, K.A. 2018. A mathematical approach to minimizing the cost of energy for large utility wind turbines. *Applied Energy*. Vol. 228, 1413-1422.
- [7] Coello Coello C.A., Castillo Tapia M.G. 2021. Multi-objective evolutionary algorithms and some of their applications in reliability. K. Kołowrocki et al. (Eds.). *Safety and Reliability of Systems and Processes, Summer Safety and Reliability Seminar 2020*. Gdynia Maritime University, Gdynia, 45-57.
- [8] Dąbrowska, E. & Kołowrocki, K. 2019. Modelling, identification and prediction of oil spill domains at port and sea water areas, *Journal of Polish Safety and Reliability Association, Summer Safety and Reliability Seminars* 10(1), 43-58.
- [9] Dąbrowska, E. & Kołowrocki, K. 2019b. Stochastic determination of oil spill domain at Gdynia Port water area. *Proceedings of 2019 International Conference on Information and Digital Technologies (IDT)*, Žilina, IEEE, 92–97.
- [10] Dąbrowska, E. & Kołowrocki, K. 2020a. Hydro-meteorological change process impact on oil spill domain movement at sea. *Theory and Applications of Dependable Computer Systems, Proceedings of the 15th International Conference on Dependability of Computer Systems, DepCos-Relcomex*, Springer, 165–175.
- [11] Dąbrowska, E. & Kołowrocki, K. 2020b. Monte Carlo simulation approach to determination of oil spill domains at port and sea water areas. *TransNav – The International Journal on Marine Navigation and Safety of Sea Transportation* 14(1), 59–64.
- [12] Dąbrowska, E. & Kołowrocki, K. 2020c. Probabilistic approach to determination of oil spill domains at port and sea water areas. *TransNav – The International Journal on Marine Navigation and Safety of Sea Transportation* 14(1), 51–58.
- [13] Dhillon, B.S. 2009. *Life cycle costing for engineers*. Gordon and Breach Science Publishers.
- [14] Gdynia Maritime University Critical Infrastructure Safety Interactive Platform, <http://gmu.safety.umg.edu.pl/> (accessed 13 February 2020).

- [15] Gouldby, B.P., Schultz, M.T., Simm, J.D. & Wibowo, J.L. 2010. *Beyond the Factor of Safety: Developing Fragility Curves to Characterize System Reliability, Report in Water Resources Infrastructure Program ERDC SR-10-1*, U.S. Army Corps of Engineers, Washington.
- [16] Grabski, F. 2002. *Semi-Markov Models of Systems Reliability and Operations Analysis*. System Research Institute, Polish Academy of Science (in Polish).
- [17] Grabski, F. 2014. *Semi-Markov Processes: Application in System Reliability and Maintenance*. Elsevier, Amsterdam – Boston – Heidelberg – London – New York – Oxford – Paris – San Diego – San Francisco – Sydney – Tokyo.
- [18] Gransberg, D. 2010. Life cycle costing for construction. *Construction Management and Economics* 28(10), 1113-1114.
- [19] Habibullah, M.S., Lumanpauw, E., Kołowrocki, K., Soszyńska, J. & Ming, N.G.A. 2009. Computational tool for general model of industrial systems. operation processes. *Electronic Journal Reliability: Theory & Applications* 2(4), 181–191.
- [20] Klabjan, D., Adelman, D. 2006. *Existence of optimal policies for semi-Markov decision processes using duality for infinite linear programming*, SIAM J Contr Optim 44(6):2104-2122, (2006).
- [21] Kołowrocki, K. 2014 *Reliability of Large and Complex Systems*, Elsevier, Amsterdam – Boston – Heidelberg – London – New York – Oxford – Paris – San Diego – San Francisco – Singapore – Sidney – Tokyo.
- [22] Kołowrocki, K. 2021. Safety analysis of critical infrastructure impacted by operation and climate-weather changes – theoretical backgrounds, K. Kołowrocki et al. (Eds.). *Safety and Reliability of Systems and Processes, Summer Safety and Reliability Seminar 2020*. ,Gdynia Maritime University, Gdynia, 139-180.
- [23] Kołowrocki, K. 2022. Safety analysis of multistate ageing system with inside dependences and outside impacts. *Current Research in Mathematical and Computer Sciences III*. A. Lecko (Ed.). University of Warmia and Mazury Press, 175-214.
- [24] Kołowrocki, K. & Kuligowska, E. 2018. Operation and climate-weather change impact on maritime ferry safety. *Safety and Reliability – Safe Societies in a Changing World*. Taylor and Francis, 849–854.
- [25] Kołowrocki, K. & Magryta, B. 2020a. Changing system operation states influence on its total operation cost. *Theory and Applications of Dependable Computer Systems, Proceedings of the 15th International Conference on Dependability of Computer Systems, DepCos-Relcomex*, Springer, 355–365.
- [26] Kołowrocki, K. & Magryta, B. 2020b. Port Oil Terminal Reliability Optimization. *Scientific Journals Maritime University of Szczecin* 62(134), 161–167.
- [27] Kołowrocki, K. & Magryta-Mut, B. 2020. Safety of maritime ferry technical system impacted by operation process. K. Kołowrocki et al. (Eds.). *Safety and Reliability of Systems and Processes, Summer Safety and Reliability Seminar 2020*. Gdynia Maritime University, Gdynia, 117–134.

- [28] Kołowrocki, K. & Magryta-Mut, B. 2021a. Operation cost and safety optimization of maritime transportation system. K. Kołowrocki et al. (Eds.). *Safety and Reliability of Systems and Processes, Summer Safety and Reliability Seminar 2021*. Gdynia Maritime University, Gdynia, 207–225.
- [29] Kołowrocki, K. & Magryta-Mut, B. 2021b. Safety and operation cost optimization of port oil terminal critical infrastructure. K. Kołowrocki et al. (Eds.). *Safety and Reliability of Systems and Processes, Summer Safety and Reliability Seminar 2021*. Gdynia Maritime University, Gdynia, 227–247.
- [30] Kołowrocki, K. & Magryta-Mut, B. 2022a. Operation cost and safety optimization of maritime transportation system. *Current Research in Mathematical and Computer Sciences III*. A. Lecko (Ed.). University of Warmia and Mazury Press, 215–247.
- [31] Kołowrocki, K. & Magryta-Mut, B. 2022b. Maritime transportation system safety and operation cost joint optimization. K. Kołowrocki et al. (Eds.). *Safety and Reliability of Systems and Processes, Summer Safety and Reliability Seminar 2022*. Gdynia Maritime University, Gdynia, 227–247.
- [32] Kołowrocki, K. & Soszyńska, J. 2010a. Reliability availability and safety of complex technical systems: modelling – identification – prediction – optimization. Summer Safety & Reliability Seminars. *Journal of Polish Safety and Reliability Association, Summer Safety and Reliability Seminars* 4(1),133–158.
- [33] Kołowrocki, K. & Soszyńska-Budny, J. 2011 / 2015. *Reliability and Safety of Complex Technical Systems and Processes: Modeling – Identification – Prediction – Optimization*. Springer, English/Chinese Edition, London, Dordrecht, Heidelberg, New York.
- [34] Kołowrocki, K. & Soszyńska-Budny, J. 2018a. Critical infrastructure impacted by operation safety and resilience indicators. *Proceeding of 2018 IEEE International Conference on Industrial Engineering and Engineering Management (IEEM)*, Institute of Electrical and Electronics Engineers, Bangkok, 1765–1769.
- [35] Kołowrocki, K. & Soszyńska-Budny, J. 2018b. Critical infrastructure safety indicators. *Proceeding of 2018 IEEE International Conference on Industrial Engineering and Engineering Management (IEEM)*, Institute of Electrical and Electronics Engineers, Bangkok, 1761–1764.
- [36] Kołowrocki, K. & Soszyńska-Budny, J. 2019. Safety indicators of critical infrastructure application to port oil terminal examination. *Proceedings of 29th International Ocean and Polar Engineering Conference*, Honolulu, paper ISOPE-I-19-127.
- [37] Kossow, A. & Preuss, W. 1995. Reliability of linear consecutively-connected systems with multistate components. *IEEE Transactions on Reliability* 44, 518–522.
- [38] Kvassay, M., Rusnak, P., Zaitseva, E. & Kostolny, J. 2020. Minimal cut vectors of multi-state systems identified using logic differential calculus and multi-valued decision diagrams, *30th European Safety and Reliability Conference, ESREL 2020 and 15th Probabilistic Safety Assessment and Management Conference, PSAM 2020*, 3053–3060.

- [39] Lauge, A. Hernantes, J. & Sarriegi, J. M. 2015. Critical infrastructure dependencies: a holistic, dynamic and quantitative approach. *International Journal of Critical Infrastructure Protection* 8, 16–23.
- [40] Li, W. & Pham, H. 2005. Reliability modeling of multi-state degraded systems with multi-competing failures and random shocks. *IEEE Transactions on Reliability* 54(2), 297–303.
- [41] Limnios, N. & Oprisan, G. 2005. *Semi-Markov Processes and Reliability*. Birkhauser. Boston.
- [42] Magryta, B. 2020. Reliability approach to resilience of critical infrastructure impacted by operation process. *Journal of KONBiN* 50(1), 131–153.
- [43] Magryta-Mut, B. 2020. Safety optimization of maritime ferry technical system. K. Kołowrocki et al. (Eds.). *Safety and Reliability of Systems and Processes, Summer Safety and Reliability Seminar 2020*. Gdynia Maritime University, Gdynia, 175–182.
- [44] Magryta-Mut, B. 2022. Port oil terminal operation cost and system safety joint optimization. K. Kołowrocki et al. (Eds.). *Safety and Reliability of Systems and Processes, Summer Safety and Reliability Seminar 2022*. Gdynia Maritime University, Gdynia, 175–182.
- [45] Magryta-Mut, B. 2023. Modeling safety of port and maritime transportation system. *Scientific Journals Maritime University of Szczecin*. 74(146), 65–74.
- [46] Mercier, S. 2008. Numerical bounds for semi-Markovian quantities and application to reliability. *Methodology and Computing in Applied Probability* 10(2), 179–198.
- [47] Milan, Ch. Bojesen, C. & Nielsen, M.P. 2012. A cost optimization model for 100% renewable residential energy supply systems. *Energy* 48(1), 118–127.
- [48] Nicolai, R. & Dekker, R. 2008. *Optimal Maintenance of Multi-component Systems: A Review*. *Complex System Maintenance Handbook*, 263–286.
- [49] PAS 55:2008 - Asset Management. Part 1: Specification for the optimized management of physical assets. <https://www.irantpm.ir/wp-content/uploads/2014/01/pass55-2008.pdf> (accessed 11 June 2021).
- [50] Szymkowiak, M. 2018a. Characterizations of distributions through aging intensity. *IEEE Transactions on Reliability* 67(2), 446–458.
- [51] Szymkowiak, M. 2018b. Generalized aging intensity functions. *Reliability Engineering and System Safety* 178(C), 198–208.
- [52] Szymkowiak, M. 2019. *Lifetime Analysis by Aging Intensity Functions*. Monograph in series: Studies in Systems, Decision and Control (196), Springer International Publishing.
- [53] Tang, H., Yin, B.Q. & Xi, H.S. 2007. Error bounds of optimization algorithms for semi-Markov decision processes. *International Journal of Systems Science* 38(9), 725–736.

- [54] Torbicki, M. 2019a. An approach to longtime safety and resilience prediction of critical infrastructure influenced by weather change processes. *Proceedings of 2019 International Conference on Information and Digital Technologies (IDT)*, Žilina, IEEE, 492–496.
- [55] Torbicki, M. 2019b. The longtime safety and resilience prediction of the Baltic oil terminal. *Proceedings of 2019 International Conference on Information and Digital Technologies (IDT)*, Žilina, IEEE, 497–503.
- [56] Torbicki, M. & Drabiński, B. 2020. An application determining weather impact on critical infrastructure safety and resilience. K. Kołowrocki et al. (Eds.). *Safety and Reliability of Systems and Processes, Summer Safety and Reliability Seminar 2020*. Gdynia Maritime University, Gdynia, 231–242.
- [57] Wang, W.Ch. 2004. Supporting project cost threshold decisions via a mathematical cost model. *International Journal of Project Management*, 22(2), 99–108.
- [58] Wang, Z., Huang, H.Z., Li, Y. & Xiao, N.C. 2011. An approach to reliability assessment under degradation and shock process. *Reliability, IEEE Transactions on Reliability* 60(4), 852–863.
- [59] Xiaomo, J. & Hojjat, A., F.ASCE, 2003. Freeway Work Zone Traffic Delay and Cost Optimization Model. *Journal of Transportation Engineering* 129(3).
- [60] Xue, J. 1985. On multi-state system analysis. *IEEE Transactions on Reliability* 34, 329–337.
- [61] Xue, J. & Yang, K. 1995a. Dynamic reliability analysis of coherent multi-state systems. *IEEE Transactions on Reliability* 4(44), 683–688.
- [62] Xue, J. & Yang, K. 1995b. Symmetric relations in multi-state systems. *IEEE Transactions on Reliability* 4(44), 689–693.
- [63] Yingkui, G. & Jing, L. 2012. Multi-state system reliability: a new and systematic review. *Procedia Engineering* 29, 531–536.
- [64] Zaitseva, E. & Levashenko, V. 2017. Reliability analysis of Multi-State System and Multiple-Valued Logic, *International Journal of Quality & Reliability Management*, 34(6), 862–878.
- [65] Zheng, D. & Ng, T. 2005. Stochastic Time–Cost Optimization Model Incorporating Fuzzy Sets Theory and Nonreplaceable Front. *Journal of Construction Engineering and Management* 131(2).