

Giovanni Bruccola
Instytut Badań Systemowych
Polskiej Akademii Nauk
Zakład Modelowania i Optymalizacji
Układów Dynamicznych

Warszawa, 20 czerwca 2024

Outer Approximation Scheme for Weakly Convex
Constrained Optimization Problems
Schematy aproksymacji zewnętrznej dla słabo wypukłych
problemów optymalizacji z ograniczeniami
Giovanni Bruccola
e-mail: giovanni.bruccola@ibspan.waw.pl
Instytut Badań Systemowych PAN

Streszczenie rozprawy

Metody aproksymacji zewnętrznej zaproponowane zostały w latach 60-tych dla zadań optymalizacji liniowej, a następnie wykorzystywane były także do rozwiązywania nierówności wariacyjnych, zadań optymalizacji wypukłej z ograniczeniami, programowania mieszanego (mixed integer) liniowego i nieliniowego.

W rozprawie zaproponowana została metoda aproksymacji zewnętrznych dla słabo wypukłych zadań optymalizacji z ograniczeniami w postaci skończonego układu nierówności, gdzie zarówno funkcja celu oraz funkcje definiujące ograniczenia nierównościowe są słabo wypukłe.

Główna idea metody polega na konstrukcji ciągu aproksymacji zewnętrznych zadania wyjściowego w oparciu o odcięcia kwadratowe i rozwiązaniu na każdym kroku niewypukłego zadania minimalizacji funkcji kwadratowej przy ograniczeniach kwadratowych (QCQP).

Przebadane są własności ciągu zadań aproksymacji zewnętrznej, dualność Lagrange'a i relaksacje wypukłe niewypukłych zadań (QCQP).

Wykazane jest, że rozwiązywany na każdym kroku kwadratowy problem aproksymacji zewnętrznej należy do klasy S-QCQP, gdzie składniki kwadratowe w funkcji celu oraz w ograniczeniach są iloczynami normy w kwadracie przez skalar (dowolnego znaku). Udowodnione są warunki konieczne i dostateczne dla rozwiązania globalnego problemu S-QCQP, przy pewnych założeniach.

Główny wynik rozprawy to zbadanie zbieżności zaproponowanego schematu aproksymacji zewnętrznych. Przy bardzo słabych, naturalnych założeniach o problemie wyjściowym pokazano, że każdy zbieżny podciąg ciągu generowanego

w proponowanej metodzie aproksymacji zewnętrznych zbiega do minimum globalnego w klasie słabo wypukłych problemów optymalizacji z ograniczeniami w postaci skończonego układu nierówności zadanych przez funkcje słabo wypukłe.

Zaproponowane zostały dwa warianty realizowalne, jako przykład słabo wypukłego zadania rozważano problem pakowania kół (circular packing problem), który można reprezentować jako słabo wypukły problem optymalizacji z ograniczeniami.

Promotor: Ewa M. Bednarczuk

Instytut Badań Systemowych

Polskiej Akademii Nauk

Współpromotor: Jean-Christophe Pesquet

CentraleSupelec; Inria; Centre de Vision Numerique,

University Paris-Saclay

Naukowy życiorys

1. Stopień magistra: La Sapienza, University of Rome, on 24/07/2020 the master's degree in INGEGNERIA GESTIONALE [LM - Ordin. 2016] (classe LM-31), (Management Engineering).
2. Udział w projekcie TraDE-OPT (<https://trade-opt-itn.eu/>) jako doktorant w IBSPAN od października 2020.
3. Secondment w Centre de Vision Numérique, University Paris-Saclay, Październik 2022-Grudzień 2022.

Wystąpienia na konferencjach

1. Modern Techniques of Very Large Scale Optimization, Edinburgh, May 2022,
2. TraDE-OPT workshop on Algorithmic and Continuous Optimization, Louvain-La-Neuve, July 2022,
3. GPCO, Apolda, September 2022.
4. European Control Conference (ECC), Bucharest, June 2023.

Uczestnictwo w konferencjach

1. Wombat, on line, December 2021,
2. ITN winter school, on line, February 2021,
3. ITN summer school, on line, July 2021,
4. Wombat, on line, December 2022.

5. TraDE-OPT (<https://trade-opt-itn.eu/>) Workshop as PhD student, at Graz, in March 2023.

Artykuły opublikowane, złożone do publikacji oraz w przygotowaniu

1. Bednarczuk, E. M., Bruccola, G. (2023). On global solvability of a class of possibly nonconvex QCQP problems in Hilbert spaces. Optimization, <https://doi.org/10.1080/02331934.2023.2281640>.
2. Bednarczuk, E., Bruccola, G., Scrivanti, G., Tran, T. H. (2023, June). Calculus rules for proximal ε -subdifferentials and inexact proximity operators for weakly convex functions. In 2023 European Control Conference (ECC) (pp. 1-8). IEEEExplore.<https://ieeexplore.ieee.org/document/10178118>
3. Bednarczuk, E., Bruccola, G., Scrivanti, G., Tran, T. H. (2023). Convergence analysis of an inexact Forward-Backward algorithm for problems involving weakly convex functions. arXiv preprint arXiv:2303.14021, złożony do publikacji
4. Bednarczuk, E., Bruccola, G., Pesquet, J. C., Krzysztof E. Rutkowski (2024). Outer Approximation Scheme for Weakly Convex Constrained Optimization Problems. W przygotowaniu.