

Streszczenie

Niniejsza rozprawa przedstawia kompleksowe badanie zagadnień sterowania optymalnego oraz optymalizacji kształtu w układach sprężystych, łącząc rygorystyczne podejście teoretyczne z efektywnymi metodami numerycznymi. Praca obejmuje szeroki zakres zagadnień, w tym elastyczność liniową i nieliniową, problemy kontaktowe na brzegu oraz projektowanie konstrukcyjne oparte na sterowaniu, dążąc do stworzenia zunifikowanego podejścia łączącego analizę z obliczeniami.

Badanie rozpoczyna się od sformułowania problemu optymalnego sterowania brzegowego w elastyczności liniowej, gdzie siła naprężenia jest traktowana jako zmienna sterująca. Problem ten przekształca się w układ równań stanu, równań sprzężonych oraz warunków optymalności poprzez minimalizację funkcjonu kosztu obejmującego śledzenie przemieszczenia i energię sterowania. Problem dynamicznego sterowania można przybliżyć jego statycznym odpowiednikiem za pomocą własności Turnpike, która wskazuje, że trajektoria optymalna dąży do rozwiązania stacjonarnego w dłuższym czasie, co znacznie zmniejsza koszty obliczeniowe.

W kontekście optymalizacji kształtu i topologii, rozprawa ta wykorzystuje analizę pochodnej kształtu w połączeniu z metodami pola prędkości do kierowania ewolucją struktury. Ujęcie w postaci przepływu gradientowego przekształca proces optymalizacji w układ czasowo-zależnych równań różniczkowych cząstkowych, co zwiększa stabilność numeryczną i ułatwia analizę zbieżności. Metoda ta okazała się bardzo skuteczna w minimalizacji podatności, rekonstrukcji kształtu oraz w problemach odwrotnych, przewyższając klasyczną metodę zbioru poziomicowego pod względem interpretowalności, rygoru teoretycznego i kontroli algorytmicznej.

W niniejszym badaniu zastosowano metodę Galerkina nieciągłą (DG) do rozwiązywania równań ewolucji zbioru poziomicowego w przypadku problemów elastyczności nieliniowej. Ramy DG umożliwiają dokładną i odporną symulację procesu optymalizacji, co pozwala na skuteczne rozwiązywanie problemów w wymagających warunkach mechanicznych. Eksperymenty numeryczne potwierdzają praktyczną przydatność proponowanej metody.

Problem kontaktu rozwiązano na dwa sposoby. Pierwsze podejście

wykorzystuje regularizację pola fazowego do ciągłego modelowania interfejsu kontaktowego, co umożliwia analizę wrażliwości i płynną ewolucję struktury. Drugie podejście wykorzystuje pochodne topologiczne do oceny wpływu zaburzeń wewnętrznych w obszarach oddalonych od granicy kontaktu, w połączeniu z podejściem pola fazowego do optymalizacji. Razem metody te tworzą elastyczny i skuteczny zestaw narzędzi do optymalizacji kształtu i topologii uwzględniający kontakt.

Problem optymalizacji kształtu analizowany jest również przy użyciu sformułowania przepływu gradientowego w kontekście statycznego problemu kontaktowego, gdzie energia sprężysta oraz funkcjonały Kohna-Vogeliusa pełnią rolę funkcji kształtu. Choć związana macierz Hessego jest tylko kierunkowa z powodu nieskładalności, ramy pochodnej stępionej stanowią realną podstawę teoretyczną. Wyniki numeryczne pokazują, że układ przepływu gradientowego wykazuje stabilną zbieżność pomimo wyzwań teoretycznych.

Podsumowując, niniejsza rozprawa dostarcza zunifikowanego spojrzenia na sterowanie i optymalizację układów sprężystych. Wnosi istotny wkład teoretyczny w analizę wrażliwości kształtu, przepływu gradientowego i mechanizmów sterowania oraz proponuje solidne i wydajne schematy numeryczne. Wyniki te stanowią podstawę dla przyszłej optymalizacji dynamicznej, sprzężenia wielu fizyk oraz dalszej eksploracji zjawisk Turnpike w układach sprężystych.

Słowa kluczowe: optymalizacja kształtu, sterowanie optymalne, pochodna topologiczna, przepływ gradientowy, metoda pola fazowego