

Prof. dr hab. inż. Ewaryst Rafajłowicz
Członek korespondent PAN,
Politechnika Wrocławska
Wydział Informatyki i Telekomunikacji

Recenzja rozprawy doktorskiej:
Algorithmic information complex based on
variational inequalities for optimization problems in
networks,
autor: Serhii Denysov

Aspekty formalne

Niniejszą recenzję przygotowałem na zlecenie Rady Instytutu Badań Systemowych PAN w Warszawie w związku z prowadzonym, wyżej wymienionym, przewodem doktorskim. Przewód ten orwarty został w dziedzinie nauk inżynieryjno-technicznych, w dyscyplinie informatyka techniczna i telekomunikacja.

Promotorem rozprawy jest Prof. dr hab. Janusz Kacprzyk, Członek rzeczywisty PAN, a promotorem pomocniczym Prof. dr hab. Artur Zaporozhets.

Tematyka rozprawy

Rozprawa dotyczy algorytmów optymalizacji, opartych na poszukiwaniu rozwiązań problemów wariacyjnych i ich zastosowań do rozwiązywania problemów modelowanych za pomocą sieci. Przy czym termin sieci rozumiany jest tutaj szeroko i obejmuje, między innymi, sieci przepływowe i transportowe czy wirtualne sieci relacji między stronami internetowymi.

Badane klasy nierówności wariacyjnych również są traktowane szeroko i dotyczą opisów w przestrzeniach Hilberta oraz możliwości uogólnień na wybrane klasy przestrzeni Banacha, a w warstwie algorytmicznej skupiają się na skończenie-wymiarowych przestrzeniach liniowych o dużych rozmiarach.

W zakres tematyki rozprawy wchodzi również opracowanie kompleksu programistycznego, który – oprócz wielostronnych aspektów testowania proponowanych algorytmów – umożliwia także rozwiązywanie zaawansowanych problemów praktycznych, takich, między innymi, jak: sieć akwizycji, przechowywania i rozprowadzania krwi do szpitali, stany równowagi w sieci

transportu miejskiego oraz – wspomniane już – wirtualne powiązania między stronami internetowymi, badane w celu szybszego i bardziej trafnego wyszukiwania informacji.

Moim zdaniem, tematyka rozprawy lokuje ją w dyscyplinie informatyka techniczna i telekomunikacja.

Ponadto, sposób wywodu, który rozpoczyna się od podstaw teoretycznych, poprzez badanie własności proponowanych algorytmów i badanie warunków ich zbieżności, aż po ich oprogramowanie, przetestowanie i przykłady zastosowań spełnia najlepsze wzorce opracowywania rozpraw doktorskich.

Termin nierówności wariacyjne kojarzy się z warunkami optymalności w klasycznych problemach wariacyjnych. Jednakże, od lat sześćdziesiątych XX wieku zaczął się kształtować współczesny, wyrażany w bardziej ogólnych terminach przestrzeni Hilberta, nurt badań nad tymi nierównościami. Nurt ten rozwijany jest aktywnie do dzisiaj. W ramach tego nurtu, pod koniec XX wieku, wyodrębnił się ważny wątek, znany dzisiaj pod nazwą algorytmów z ekstra gradientem. Algorytmy tej klasy dokonują wstępnej predykcji gradientowej z rzutowaniem na wypukły zbiór dopuszczalnych rozwiązań, a następnie z tak osiągniętego punktu wykonywany jest właściwy krok gradientowy. Algorytmy tej klasy charakteryzują się dobrymi własnościami stabilności obliczeń oraz ich zbieżności. Oceniana rozprawa doktorska ma na celu dalsze ulepszanie algorytmów tej klasy, badanie ich własności i tworzenie oprogramowania.

Podjęta w rozprawie tematyka badawcza jest aktualna i ważna dla rozwoju algorytmów rozwiązywania zadań z nierównościami wariacyjnymi oraz ich zastosowań w zagadnieniach opisywanych sieciami.

Coraz powszechniejsze stają się warianty stosowania algorytmów tego rodzaju także do uczenia maszynowego.

Przegląd zawartości rozprawy i uzyskanych wyników.

Rozprawa zredagowana jest w języku angielskim i liczy 98 stron. Podzielona została na pięć rozdziałów, rozdział z uwagami końcowymi i spis literatury, liczący 119 pozycji. Ponadto, w końcowej części rozprawy Doktorant zamieścił listę 8 artykułów i 7 prac publikowanych w materiałach międzynarodowych konferencji, których jest współautorem. Ponadto, każda z tych prac opatrzona została wzmianką o wkładzie Doktoranta w jej powstanie.

Zawaryość Rozdziału 1.

W rozdziale tym Doktorant formułuje problemy rozważane w rozprawie w matematycznie ścisły sposób. Koncentrując się na formułowaniu zadań w

przestrzeniach Hilberta, jako dostatecznie ogólnych dla większości zastosowań. Omawia też bardziej szczegółowo zadania praktyczne, które dalej traktowane są jako studia przypadków zastosowań i testowania algorytmów.

W rozdziale tym Doktorant przedstawia także kompetentny przegląd literatury związanej z algorytmami rozwiązywania nierówności wariacyjnych.

W **Rozdziale 2** przedstawiony jest pierwszy z proponowanych w rozprawie algorytmów rozwiązywania nierówności wariacyjnych na bazie ekstragradientu. Klasyczne algorytmy tego typu stosują stałą długość kroku w kierunkach lokalnej poprawy. Zatem, naturalnym – chociaż wcale niełatwym w realizacji – pomysłem jest opracowanie metody doboru długości kroku, z zachowaniem monotoniczności. Dzięki temu, unika się wymagania znajomości stałej Lipschitza operatora opisującego zestaw nierówności wariacyjnych. Ciekawym elementem sformułowania zadania jest możliwość uwzględnienia dodatkowej, apriorycznej informacji, która wyrażona jest w postaci iloczynu oryginalnego zbioru dopuszczalnego C oraz zbioru punktów stałych dodatkowego operatora S , o którym zakłada się że jest quasi-nierozciągający. Jak wskazuje Doktorant w uwadze 2.1, w postaci punktów stałych odpowiednio skonstruowanego operatora S wyrazić można zbiory rozwiązań nierówności typu $g(x) \leq 0$, dla różniczkowalnej i wykłej funkcji g .

Jak zwykle, o C zakłada się w całej rozprawie, że jest zbiorem domkniętym i wypukłym. O operatorze A w opisie nierówności wariacyjnych zakłada się, że jest pseudo-monotoniczny, ciągły w sensie Lipschitza i ciągowo ciągły w sensie słabej zbieżności. Przy tych założeniach Doktorant wykazał słabą zbieżność (Twierdzenie 2.1) zaproponowanego przez siebie algorytmu (Algorytm 2.1) ekstragradientowego z monotonicznym doбором kroków poszukiwań.

Zasadniczą zaletą tego algorytmu, w porównaniu z wcześniejszymi pracami na temat doboru długości kroków, jest brak konieczności dodatkowego obliczania wartości operatora konstytuującego nierówności wariacyjne oraz operatora rzutowania na zbiór dopuszczalny C .

W rozdziale tym Doktorant szkicuje także wariant proponowanego algorytmu i dowód zbieżności w sytuacji posiadania dodatkowej informacji apriorycznej.

Inne kierunki zwiększenia efektywności metod poszukiwania rozwiązań nierówności wariacyjnych Doktorant proponuje w **Rozdziale 3**. Są one oparte na rzutowaniu rozwiązań etapowych na zbiór dopuszczalny w szerszy sposób niż rzutowanie w metryce euklidesowej. Mianowicie, rzutowanie bazuje na dywergencji Bregmana z odpowiednio dobraną do problemu funkcją generującą. Intuicję stosującą za takim uogólnieniem objaśnić można przypominając sobie

prostotę rzutowania gradientu na boki prostopodałościanu o krawędziach równoległych do osi układu współrzędnych. Korzystając z dywergencji Kullbacka-Leiblera można uzyskać jawną postać rzutów na powierzchnię probabilistycznego simpleksu. Użycie do rzutowań dywergencji Bregmana jest kolejnym uogólnieniem w tym kierunku.

Na tej podstawie, Doktorant opracował i udowodnił zbieżność dwóch algorytmów (Algorytm 3.1 i 3.2). Pierwszy z nich, należy do grupy metod ekstragradientu, z naszkicowanym powyżej sposobem rzutowania kierunków oraz z monotonicznym sposobem doboru długości kroku, który jest podobny do metody zaproponowanej w Rozdziale 2 rozprawy.

Drugi z zaproponowanych w tym rozdziale algorytmów pokazuje, że stosowanie rzutowań bazujących na dywergencji Bregmana jest podejściem o szerokich możliwościach uogólnień. Zaproponowany tutaj Algorytm 3.2 zaklasyfikować można do grupy metod ekstrapolacji gradientu z przeszłości w połączeniu ze wskazanym typem rzutowania.

Ta właśnie grupa metod rozwijana jest w **Rozdziale 4**. Uogólnienie jest daleko idące, gdyż obejmuje algorytmy poszukiwania rozwiązań nierówności wariacyjnych określonych na jednostajnie wypukłych przestrzeniach Banacha. W celu ich prezentacji, Autor najpierw wprowadza Czytelnika w samo sformułowanie takich nierówności w przestrzeniach Banacha. Doktorant przytacza też ogólne warunki, pozwalające zdefiniować uogólnione rzutowania w sensie Albera, które są podstawą konstruowania algorytmów. W przypadku przestrzeni Hilberta te uogólnione rzutowania stają się rzutowaniami klasycznymi.

Doktorant proponuje algorytm działający w tak ogólnych warunkach oraz dowodzi zbieżność. Konstrukcja algorytmu, podobnie jak w Rozdziale 3, bazuje na idei ekstrapolacji z przeszłości, a ograniczenia uwzględniane są w postaci korzystającej z dywergencji Bregmana.

Kolejnym uogólnieniem wprowadzonym do następnego z proponowanych algorytmów (Algorytm 4.2) jest adaptacyjna wersja doboru długości kroku poszukiwań. Jest ona podobna do opisanej w poprzednich rozdziałach wersji dla przestrzeni Hilberta. Także w tym przypadku Doktorant opracował dowód słabej zbieżności, co nie było łatwe ze względu na ogólność wyników.

Można zatem powiedzieć, że algorytmy proponowane w tym rozdziale zbierają i uogólniają nowe elementy proponowane i badane w rozdziałach 2 i 3.

Rozdział 5 odgrywa rolę szczególną w całej rozprawie, gdyż Doktorant dokonuje tutaj podsumowania szerokich badań programistycznych i

symulacyjnych proponowanych algorytmów. Badania te zostały bardzo starannie zaplanowane, i obejmują stworzenie narzędzi programistycznych, które pozwalają na:

- Przeprowadzenie symulacji dla mnóstwa różnych zestawów danych w zakresie pre-programowanych przykładów testowych,
- Zebranie i wstępną analizę wyników oceniających efektywność proponowanych algorytmów i porównywanie między sobą różnych ich wariantów,
- Relatywnie łatwą przebudowę i rozbudowę zaprogramowanych algorytmów.

Nie trzeba dodawać, że stworzenie takich narzędzi programistycznych wymagało dużej wiedzy, doświadczenia i nakładów pracy.

Również badane przykłady wymagały dużej wiedzy szczegółowej oraz kreatywności w ich doborze. Na uwagę zasługuje problem akwizycji krwi, jej transportu do punktów magazynowania i rozwożenia do szpitali. Ma on cechy podobne do, badanego w ostatnich latach, zagadnienia skupu i rozwożenia mleka, ale jest od niego trudniejszy. Problemem o dużym znaczeniu, który służy jako przykład w rozprawie jest tworzenie rankingu stron internetowych, który pozwala na do ocenę trafności ich wyboru, wówczas gdy przeglądarka ma wyświetlić wyniki wyszukiwań, aby odpowiedzieć na zapytanie użytkownika. Badany przykład zawierał 9000 węzłów (stron internetowych), a odpowiadający problemowi graf miał 16000 łuków.

Następnym problemem testowym było wyznaczenie przepływów w sieci transportowej, na przykład takiej jak sieć komputerowa, a transportowane są pakiety. Celem jest znalezienie takiego obciążenia łuków, by osiągnąć równowagę obciążeń w sieci.

Wyniki eksperymentów testowych są zgodne z oczekiwaniami, które wynikają z ich konstrukcji lub zbadanych własności. W szczególności, zależność wartości kryterium od liczby iteracji wprawdzie wygląda w sposób typowy dla algorytmów gradientowych, ale różni się od nich zasadniczo tym, że przebiegi są monotonicznie malejące i gładkie. Cechy te mają duże znaczenie praktyczne, gdyż upewniają nas, że zatrzymując poszukiwania w dogodnym momencie nie trafimy na sytuację lokalnego pogorszenia wartości kryterium.

Zaproponowana adaptacja długości kroku sprawdza się w obliczeniach, w tym sensie, że przyspiesza tempo malenia kryterium w znacznej liczbie początkowych iteracji.

Uwagi dyskusyjne

Praca napisana jest poprawnie i nie mam uwag do jej zawartości, ani sposobu rzdedagowania. Natomiast, bogata treść rozprawy nasuwa wiele przemyśleń i uwagi do dyskusji.

- Jak Doktorant ocenia szanse na dobre zachowanie się proponowanych algorytmów w zadaniach uczenia maszynowego, po uprzednim przeformułowaniu ich jako nierówności wariacyjnych.
- W algorytmach supergradientowych często korzysta się z tej samej długości kroku poszukiwań dla obu gradientów. Czy zastosowanie metody doboru kroku, która została zaproponowana w rozprawie, osobno do każdego kierunku gradientowego mogłoby przynieść wzrost tempa zbieżności ?
- Czy badane algorytmy z ekstrapolacją z przeszłości mogłyby zyskać na skuteczności gdyby przeszłość sięgała głębiej wstecz ?

Podsumowanie i konkluzja

Do najważniejszych osiągnięć rozprawy zaliczam

1. Opracowanie, zbadanie własności i dowody zbieżności nowych algorytmów poszukiwania rozwiązań nierówności wariacyjnych:
 - a) bazujących na supergradientach z monotoniczną, adaptacyjną korektą długości kroków,
 - b) bazujących na dywergencji Bregmana, co znacznie przyspiesza proces rzutowania na zbiór dopuszczalny,
 - c) uogólnienie powyższych idei na przypadek szerokiej klasy przestrzeni Banacha.
2. Stworzenie jednolitej platformy programistycznej do badania proponowanych algorytmów z dopuszczeniem ich modyfikacji
3. Opracowanie modeli złożonych zjawisk, które można opisać nierównościami wariacyjnymi i przeprowadzenie dla nich obliczeń testujących proponowane algorytmy.

Doktorant wykazał się posiadaniem szerokiej wiedzy na temat konstruowania algorytmów i badania oraz udowadniania ich własności a także umiejętności projektowania i wykonania złożonego projektu programistycznego.

W szczególności, Jego wiedza dotyczy algorytmów poszukiwania rozwiązań nierówności waruacyjnych i związanych z nimi algorytmów optymalizacji.

Biorąc pod uwagę rezultaty osiągnięte w rozprawie oraz wiedzę, którą Doktorant wykazał, stwierdzam, że rozprawa doktorska Pana Serhija Denysova z nadmiarem spełnia wymagania odnośnej Ustawy i wnosi znaczący wkład w rozwój dyscypliny Informatyka Techniczna i Telekomunikacja. W związku z tym, zwracam się do Komisji Rady Naukowej Instytutu Badań Systemowych PAN w Warszawie o dopuszczenie tej rozprawy do publicznej obrony.

Biorąc pod uwagę fakt, że osiągnięcia Doktoranta są na bardzo wysokim poziomie merytorycznym i w części zostały opublikowane, wnioskuję także o rozpatrzenie wniosku o wyróżnienie tej rozprawy.

Wrocław 3 marca 2026 r,



Prof. dr hab. inż. Ewaryst Rafajłowicz