

Polish Academy of Sciences
Systems Research Institute

Ph.D. Dissertation

mgr Kamil Kmita

**Explainable Impact of Partial Supervision in
Semi-Supervised Fuzzy Clustering**

Supervisor
dr hab. Katarzyna Kaczmarek-Majer

Warsaw 2026

Polska Akademia Nauk
Instytut Badań Systemowych

Rozprawa Doktorska

mgr Kamil Kmita

**Wyjaśnialny wpływ częściowego nadzoru
w modelach rozmytej analizy skupień**

Promotor
dr hab. Katarzyna Kaczmarek-Majer

Warszawa 2026

Abstract

This dissertation is devoted to the explainable impact of partial supervision in semi-supervised fuzzy clustering. It is shown that, despite decades of advances in the field, the critical mechanism of regulating this impact with the use of the hyperparameter α , called the scaling factor, has not been explained, in the sense that it has not been fully studied in the context of the fuzzy clustering model as a whole, including the objective function, the optimization problem, the solution algorithm, and the model outcomes: degrees of membership and clusters' prototypes. According to the principles of Explainable Artificial Intelligence, the lack of explainability of such a mechanism results in reduced trust in modeling results, which is particularly problematic in the analysis of sensitive data, such as medical data. To fill the identified research gap, a novel model-agnostic explainability framework for semi-supervised fuzzy clustering is proposed. The framework is further used to explain the impact of α on the outcomes of two classical models: Semi-Supervised Fuzzy c-Means and Semi-Supervised Possibilistic c-Means. The proposed theoretical advances led to an extended empirical analysis of the impact of partial supervision, which is enabled by an original open-source implementation of the respective models in the R programming language. The empirical analysis of real-world and simulated data led to identification of novel phenomena: underimpact of partial supervision, related to using too small values of α , and overimpact of partial supervision, related to using too big values of α . As demonstrated in this thesis, the underimpact of partial supervision, in particular, can compromise the validity of inferences drawn from affected models. As a remedy, two model-agnostic diagnostic plots are proposed: the U-plot to detect underimpact and the O-plot to detect overimpact; these diagnostic tools serve as the basis for the proposed guidance on constructing grids of scaling factor α values in practical scenarios.

Keywords: fuzzy clustering, semi-supervised fuzzy clustering, scaling factor α , impact of partial supervision, Explainable Artificial Intelligence, Semi-Supervised Fuzzy c-Means, Semi-Supervised Possibilistic c-Means.

Streszczenie

Niniejsza rozprawa poświęcona jest wyjaśnieniu wpływu częściowego nadzoru w modelach rozmytej analizy skupień. Wykazano, że pomimo dekad postępu w tej dziedzinie, do tej pory nie został wyjaśniony kluczowy mechanizm regulowania tego wpływu za pomocą hiperparametru α nazywanego współczynnikiem skalowania - nie zbadano dotąd jego roli w konkretności całości modelu obejmującej funkcję celu, problem optymalizacyjny, algorytm rozwiązujący ten problem, oraz właściwy rezultat modelu: macierze stopni przynależności oraz prototypów skupień. Zgodnie z nurtem Wyjaśnialnej Sztucznej Inteligencji, brak wyjaśnialności takiego mechanizmu skutkuje zmniejszonym zaufaniem do wyników modelowania, które jest kluczowe zwłaszcza w analizie danych wrażliwych, takich jak dane medyczne. Wobec zidentyfikowania powyższej luki badawczej, zaproponowano nowatorski, wspólny dla wszystkich modeli rozmytej analizy skupień aparat poznawczo-badawczy dedykowany zagadnieniu wyjaśnienia wpływu częściowego nadzoru w badanej dziedzinie. Aparat ten został użyty do pełnego wyjaśnienia wpływu współczynnika α na rezultaty dwóch klasycznych modeli, Częściowo Nadzorowanych Rozmytych c-Średnich oraz Częściowo Nadzorowanych Posybilistycznych c-Średnich. Przedstawione rozważania teoretyczne stanowią podstawę do szczegółowych badań empirycznych, umożliwionych przez autorską implementację wybranych modeli w języku programowania R. W wyniku analizy rzeczywistych oraz symulowanych zbiorów danych zidentyfikowano dwa nowe zjawiska: niedostateczny wpływ częściowego nadzoru, polegający na użyciu zbyt małej wartości α , oraz nadmierny wpływ częściowego nadzoru, polegający na użyciu zbyt dużej wartości współczynnika α . Jak wykazano, szczególnie niedostateczny wpływ współczynnika α może mieć znamienne konsekwencje dla poprawności wniosków wyciąganych w oparciu o dotknięte nim modele. Wobec powyższego, zaproponowano dwa wykresy diagnostyczne do detekcji niedostatecznego wpływu (U-wykres) oraz do detekcji nadmiernego wpływu (O-wykres); w oparciu o powyższe narzędzia diagnostyczne wypracowano procedurę tworzenia siatek wartości α w praktycznych zastosowaniach.

Słowa kluczowe: rozmyta analiza skupień, częściowy nadzór, współczynnik skalowania α , wpływ częściowego nadzoru, Wyjaśnialna Sztuczna Inteligencja, Częściowo Nadzorowane Rozmyte c-Średnie, Częściowo Nadzorowane Posybilistyczne c-Średnie.